

Wie Gauß Eulers Sophisterei widerlegte

Von Michael Kirsch

Prolog: Die Axiome an die Oberfläche bringen

Paradigmen wie z.B. der Freihandel, die die Menschen heutzutage geistig fesseln, haben ähnliche Wurzeln wie jene Geisteskrankheiten, welche die Mathematik im 18. Jahrhundert in Ketten legten. Carl Friedrich Gauß attackierte diese Sophistereien in seiner Schrift aus dem Jahre 1799 über den Fundamentalsatz der Algebra. In dem folgenden Aufsatz will ich den Leser durch die persönliche Entdeckung führen, die ich während des Studiums dieses Dokuments gemacht habe, damit wir, wie einst Gauß, nicht nur die heutigen Sophisten (die „Wirtschaftsattentäter“, die die Menschheit in ein neues finsternes Zeitalter zu stürzen drohen) widerlegen können, sondern auch verhindern helfen, daß diese Seuche jemals wieder entsteht.

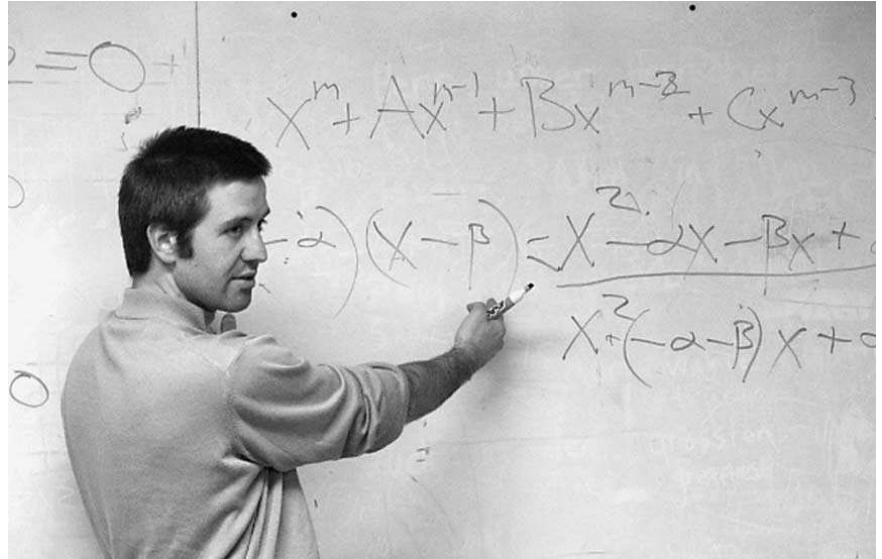
Wer braucht schon ‚i‘ ?

Finde x . Warum? Gab es jemals einen Grund dafür?

$(x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2$. Klar? Wie schnell ist die Gleichung zu lösen? Es wurde uns immer wieder eingetrichtert, die Gleichung zuerst außerhalb, dann innerhalb (der Klammer) aufzulösen: $x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$. Ich war einer von jenen Schülern, die sich Regeln leicht merkten. Ich liebte diese Puzzlespiele. Ich war immer einer der Besten – bereits in der 2. Klasse Sieger im Schnellrechnen oder in der Oberstufenmathematik.

In meinem letzten Schuljahr wurde ich jedoch zum „Oberfaulenzler“ und erinnere mich noch sehr gut an meine Reaktion, mich irgendwie mit Algebra zu beschäftigen. Trigonometrie ging ja noch, auch die Konstruktion von Dreiecken, Winkeln usw., aber die Algebra schien ziemlich sinnlos zu sein! Stellte ich Fragen über Algebra, wurde ich von den Antworten noch konfuser als zuvor, so daß ich schließlich nur noch die Regeln auswendig lernte, um die Prüfungen zu bestehen.

Denn was kümmerte es mich eigent-



Der Autor Michael Kirsch hält bei der LaRouche-Jugendbewegung in Boston einen Vortrag.
(Foto: Robert Detloff)

lich? War die Schule der Ort, an dem man Erleuchtung findet? Wer könnte so verrückt sein, dies zu glauben? Schule war nur ein Muß. Mitte des letzten Schuljahrs wurde Mathe ziemlich kompliziert und die Gleichungen immer schwieriger – immer mehr Regeln! Ich war völlig frustriert. War ich ein Computer, oder was? Ich dachte mir: „Wer interessiert sich eigentlich für diesen Mist? Damit kann niemand glücklich werden!“ An der hinteren Wand des Klassenzimmers hing ein Poster, das 100 Wirtschaftsberufe mit den jeweils erforderlichen Mathekenntnissen aufzählte. Danach brauchte ich mir keine Sorgen zu machen, denn für meinen Wunschberuf war Mathe nicht nötig!

Als das Schuljahr halb rum war, begann der Lehrer die Zahl ‚i‘ zu behandeln und sprach darüber, wofür das imaginäre ‚i‘ gut sein könnte. Ich fragte, was das alles zu bedeuten hätte, und nach einigen Tagen nahm ich nicht mehr am Unterricht teil. Das Maß war voll. Im übrigen hatte ich die „Anforderungen im Fach Mathematik“ schon erfüllt, um mein Abitur zu bestehen.

Ich schrieb mich an der Loyola-Universität ein, brach das Studium aber nach einem Semester wieder ab, um weit im

Osten und in Hawaii nach „Erleuchtung“ zu suchen. Nach einer zweijährigen Reise kehrte ich schließlich an die Uni zurück. Dort fielen mir einige Schriften von LaRouche in die Hände. Drei Wochen später gab ich die Uni ganz auf und konzentrierte mich darauf, nach Grundsätzlichem zu suchen.

Ich schloß mich LaRouche vor allem wegen der politischen Lage und wegen der moralischen Notwendigkeit, für Gerechtigkeit zu kämpfen, an. Sehr bald drehte sich die Diskussion immer wieder um mathematische Symbole und insbesondere um die Bedeutung von $\sqrt{-1}$. Ich hatte doch der Naturwissenschaft und vor allem der Mathematik abgeschworen, und nun ging es schon wieder um $\sqrt{-1}$!

1.1 Warum ich bei dem Projekt mitmachte

Gauß schrieb seine Schrift 1799 als Doktorarbeit, um seinen akademischen Grad zu bekommen. Sein Thema lautete: „Neuer Beweis des Satzes, daß jede algebraische rationale ganze Funktion einer Veränderlichen in reelle Faktoren des ersten oder zweiten Grades zerlegt werden kann“.¹

Kann jede beliebige Funktion X in ihre reellen Wurzeln aufgegliedert werden?

Ich hatte seit vier Jahren mit keinen algebraischen Gleichungen mehr gearbeitet. Peter, ein gegen den eigenen Reduktionismus ankämpfendes Mitglied der LaRouche-Jugendbewegung, zeigte mir als erster das Gauß-Papier von 1799. Ich verstand überhaupt nichts. Das ganze Stück erschien mir wie ein Nebel von Symbolen!

Peter war geduldig und zeigte mir, wie man Sinus- und Cosinus-Funktionen ableiten kann. „Du meinst, daß sich die Mathematik aus der Geometrie entwickelt hat?“ Peter antwortete in seiner typischen Art und Weise: „Ja! Aber das wurde dir nicht in der Schule beigebracht; dort wurdest du gehirngewaschen, Kult-Symbole auswendig zu lernen!“

Nachdem ich mehrere Schriften LaRouches gelesen hatte und schon einige Monate Mitglied der Jugendbewegung war, vertraute ich den Erziehungsratschlägen LaRouches, aber mir war einfach nicht klar, warum Gauß' Dissertation so wichtig sein sollte. Ich war fasziniert, doch die Sprache sagte mir gar nichts. Ich hatte in meinem Kopf Mathematik komplett gelöscht. Ich brauchte eine ganze Weile, bis ich wieder Gleichungen lösen konnte. Ohne Witz, diese Dissertation zu lesen, war wie durch Nebel zu gehen. Ich verstand keinen einzigen Satz von den Widerlegungen. Eulers Beweis kam mir Spanisch vor, und bei Gauß' Gegenbeweis ging es mir genauso. Nur den Witz über das Dreieck verstand ich; das war es aber auch schon.

Monatelang quälten wir uns mit dem Papier herum. Auf verschiedenste Weise versuchten wir das ganze Papier zu umgehen. Wir gewannen über Al Quarismis Werk Einsichten in die Geschichte der Algebra, wir beschäftigten uns mit Sinus- und Cosinus-Funktionen, wir bauten einige Flächenkonstruktionen nach und multiplizierten komplexe Zahlen. Peter und ich wollten uns immer wieder mit Eulers Beweis befassen, aber wir kamen nicht dahinter, was Euler eigentlich wollte. Wir machten uns daran, Gleichungen in algebraischer Form mit denen von Gauß in geometrischer Form zu vergleichen.²

Das erste, was mir klar wurde, war, daß LaRouche uns das 1799er Papier näher bringen wollte, damit wir uns von der Gehirnwäsche des Mathematikunterrichts freimachen könnten. Jeder war gezwungen worden, diese Symbole auswendig zu lernen, nie wurde erwähnt, daß sie eigentlich nur Schatten sind, die

keinerlei Bedeutung haben, wenn man die Prinzipien hinter diesen Symbolen nicht verstanden hat. Gauß zeigt, daß Algebra von der Geometrie abstammt. Aus dieser Sicht frage ich: „Wollen Sie wissen, woher diese Symbole kommen? Wußten Sie, daß es sich bei $A^2 + B^2 = C^2$ um Flächen handelt?“

Bereits dieses einfache Beispiel bedeutet einen fundamentalen Durchbruch für alle Opfer des Symbol-Denkens, und vielleicht wird bereits daran deutlich, daß unsere ganze Schulbildung ein riesiger Betrug war. (Es ist auch die Erkenntnis, daß alle Schattenweltbewohner langweilig und humorlos sind!)

Trotz allem dachte ich, wenn LaRouche behauptet, dies sei der Schlüssel für eine kompetente Erziehung, dann müßte darin mehr stecken als nur eine Übung in Geometrie. Was war es, was wir nicht



Abraham Gotthelf Kästner (1719-1800), Gauß' Lehrer in Göttingen.

verstanden? Wenn ich die ganze Gauß-Schrift mit einer Gruppe von Leuten durchlas, beschäftigten wir uns nur am Rande mit den Widerlegungen, die wir eher als eine Formalität betrachteten, sondern konzentrierten uns hauptsächlich auf die Beweise von Gauß selbst.³

Aber da wir nur seine geometrischen Konstruktionen nachbauten und nur formell so taten, als hätten wir die Bedeutung des komplexen Bereichs und seine Witze über die Schattenbewohner (Euler, Lagrange, etc) verstanden, gingen wir am Wesen des Beweises völlig vorbei. Genauso wäre es, ein Theaterstück von Shakespeare zu studieren, ohne sich zu fragen, was Shakespeare beim Schreiben gedacht hat, und die Szenen rein mecha-

nisch auszuführen und die Personen zu analysieren.

Welchen ungenannten Hypothesen mußte Gauß gefolgt sein, daß er die Widerlegungen zu einem so prominenten Teil seines Werks gemacht hat? Einige von uns entschieden sich dazu, die Schrift erneut durchzuarbeiten. Ich brachte einige Jugendliche zusammen, die noch nicht viel davon gelesen hatten, und zum ersten Mal nahmen wir uns Gauß' *Widerlegung Eulers* zuerst vor. Der übliche Ablauf beim Lesen von Eulers Beweis, wobei den Leuten nach einer halben Stunde die Augen zufielen, war unterbrochen; Gauß' eigene Sorgen für Inspiration. Wir hatten Gauß' dritten Einwand verstanden!

Die ganze Schrift begann zum Leben zu erwachen. Das Hochgefühl, das mich überkam, war vielleicht die tiefste Befriedigung, die ich je empfunden habe – das Resultat eines *zweijährigen* Kampfes mit einer Sprache, die ich so verzweifelt zu vergessen versucht hatte und nun vom Standpunkt der LaRoucheschen Epistemologie wieder erlernte.

Wie funktioniert der menschliche Geist? Mit einem Blick auf die Widerlegungen in diesem neuen Licht erschien Eulers Denken ungeschminkt: Seine sophistische Methode lag offen zutage und flüchtete sich vor dem durchdringenden Blick von Gauß' Vernunft. Eulers Beweis ist nicht nur unvereinbar mit mathematischer Strenge, er macht noch nicht einmal den Versuch, diese zu erreichen. Der „Beweis“ ist ein Schwindel. Ein Diebstahl. Ein Betrug.

2.0 Eulers Sophisterei

Um zu verstehen, weshalb Euler ein Sophist ist, müssen wir noch einmal zum Anfang zurückgehen.

Gauß bestimmt den Schauplatz wie in einem Theaterstück. Stellen Sie sich vor, Sie säßen im Publikum. Der Vorhang geht auf. Es ist ein schöner Tag in der europäischen Feudalgeschichte. Man sieht einen Fürstenhof mit prunkvoll gekleideten Adligen aus dem 18. Jahrhundert. Der König tritt ein, ein Fest findet statt, die höfische Ordnung ist klar.

Plötzlich tritt ein Bote auf die Bühne, der eine Mitteilung vorliest, eine Kolonie jenseits des Ozeans sei von der Krone abgefallen. Alles, was man bisher für offensichtlich gehalten hat, wird zu einem Paradox, und die Entwicklung des Stückes nimmt ihren Lauf. Genauso fängt Gauß seine Schrift an: Eine logische Reihe von Axiomen. Eine algebraische Gleichung X

mit x Variablen läßt sich als Produkt von Faktoren wie $(x-3)(x+9)$ usw. darstellen. Jede Gleichung m ten Grades hat m Wurzeln, und jede Gleichung kann in Faktoren zerlegt werden. Soweit, so gut.

$$X = x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-2} + \dots + M = 0$$
$$X = (x-a)(x-b)(x-c) \text{ usw.}$$
$$x^2 + 2x + 1 = 0, X = (x+1)(x+1).$$

Zwei Faktoren, zwei Wurzeln.

So ist es. Der Vorhang öffnet sich, das Drama beginnt; und alles, was logisch, stimmig, angenehm und wahr erschien, wird plötzlich von einer Anomalie durchkreuzt. Die Vollkommenheit ist dahin.

Gauß sagt: „Doch scheint es, als ob die Analytiker etwas zu übereilt und ohne vorausgehenden gründlichen Beweis denjenigen Lehrsatz aufgenommen hätten, auf welchem sich fast die gesamte Lehre von den Gleichungen aufbaut, daß nämlich eine jede solche Funktion wie X stets in m lineare Faktoren zerlegt werden könne, oder, was hiermit völlig übereinstimmt, daß jede Gleichung m ten Grades wirklich m Wurzeln besitze.“

Schon in den Gleichungen zweiten Grades taucht eine merkwürdige Zahl auf: $\sqrt{-1}$.⁴ Um mit ihren Rechenoperationen nachzukommen, „waren die Algebraiker gezwungen, eine gewisse imaginäre Größe zu ersinnen, deren Quadrat -1 ist.“ In der Welt der Algebraiker existieren reale Zahlen nur als Zählobjekte in einer Reihe. Wer in einer solchen Welt lebt, kann nicht umhin, als die Anomalie zurechtzuweisen und in den Kerker zu sperren, so daß im Königreich alles wieder in Ordnung ist.

Denn wie wäre $\sqrt{-1}$ vorstellbar? Es ist weder kleiner als 0, noch größer als 0, noch gleich 0; es ist „unmöglich“! Gauß' Komposition beginnt auf diese Weise. Er äußert die Prämissen der Algebra und die Anomalien, welche diese Prämissen in Frage stellen. Aber der richtige Spaß beginnt erst, wenn Gauß den Weg aufzeigt, der zu der Anomalie führt, und so seine Beute, den unglücklichen Leonard Euler („E“), vor sich her treibt.

2.1 Gauß zeigt E's Prämissen auf

1. Es gibt Wurzeln.
2. Alle Gleichungen lassen sich zu „reinen Gleichungen“ reduzieren. Um eine Gleichung zu „lösen“, muß man sie zu einer „reinen Gleichung“ reduzieren. Nehmen wir zum Beispiel eine Gleichung wie

$$x^3 - 13x - 12$$

und zerlegen sie in Faktoren:

$$(x+3)(x-4)(x+1).$$

Eine reine Gleichung nimmt folgende Form an:

$$x^2 - 4; \text{ oder } x^2 + 8.$$

Es gibt keine Mittelglieder. Mit einer kleinen Umformung ist es ziemlich einfach, x genau zu bestimmen. Zum Beispiel:

$$x^2 - 4 = 0$$

kann aufgelöst werden zu

$$x^2 = 4, \text{ oder } x = \sqrt{4}.$$

Die Absurdität kommt erst richtig zur Geltung, wenn Gauß aufzeigt, daß Eulers falsche, fabrizierte Vorstellung eines Beweises nicht einmal in seinem eigenen System funktioniert! Selbst wenn man diese Schatten benutzte, ließen sich die Wurzeln nicht auffinden: „Es ließ sich jedoch hieraus auf keine Weise folgern, daß durch die Zulassung von Größen der Form $a + b\sqrt{-1}$ jeder Gleichung fünften oder höheren Grades genügt werden könne...“. Mit anderen Worten, selbst wenn diese „imaginäre“ Zahl erlaubt wäre, wäre das Problem der Unterteilung der Gleichungen in reine Gleichungen nicht in jedem Fall gelöst (Regel 2 und 6). Gauß sagt im Abschnitt 9 seiner Schrift, es sollte nicht schwer sein, die Unmöglichkeit für Gleichungen fünften Grades nachzuweisen. Tatsächlich bewies Abel dies auch später.

Nach seiner umfassenden Widerlegung Eulers setzt Gauß in Abschnitt 9 noch hinzu:

„Gegen diesen Schluß läßt sich einwenden, daß nach den Bemühungen so vieler und so bedeutender Mathematiker überaus wenig Hoffnung bleibt, jemals zur allgemeinen Lösung algebraischer Gleichungen zu gelangen, und daß die Wahrscheinlichkeit groß und größer wird, eine solche Lösung sei überhaupt unmöglich, sie berge einen Widerspruch in sich. Dies dürfte um so weniger paradox erscheinen, als das, was gewöhnlich *Auflösung einer Gleichung genannt wird, im wesentlichen nichts anderes ist, als die Zurückführung der vorgelegten auf reine Gleichungen*. Denn die Lösung reiner Gleichungen wird hier nicht gelehrt, sondern vorausgesetzt; wenn man die Wurzel der Gleichung $x^m = H$ durch $\sqrt[m]{H}$ ausdrückt, so hat man sie durchaus nicht gelöst...“ [Betonung hinzugefügt]

Eulers eigentliches Verständnis eines Beweises von Gleichungen ist es, lediglich die x zu isolieren. Dadurch aber, daß

man x kennt, hat man noch lange nichts gelöst! Euler wird niemals den Fundamentalsatz der Gleichungen nachweisen können, wenn seine Beweisidee lediglich darauf hinausläuft, sie auf reine Gleichungen zu reduzieren, denn dies ist kein Prinzip, sondern eine Vermutung. Gauß sagt, ein Beweis, der auf einer solchen Vermutung beruht, habe keinerlei Gewicht, weil er falsch ist. Gauß verlangt Strenge, und wie man sieht, erlaubt er keine falschen Axiome, die sich seiner Prüfung entziehen wollen. Es ist deutlich, Euler lebt in einer Fantasiewelt. Und um seine Fantasie auszuleben, bedient er sich der „Logik“ seiner Fantasiewelt, die auf dem Einfluß der „gängigen Meinung“ seiner Zeit beruht. (Erinnert irgendwie an einen bekannten amerikanischen Präsidenten, oder nicht?)⁵

Man hört Euler krakeelen: „Wie konnte dieses großartige Gleichungssystem bis jetzt nur funktionieren? Was ist mit meinem System passiert?“. Nun, es war nicht real! Die Realität bahnt sich ihren Weg in jede Fantasiewelt. Wie entscheiden Sie sich selbst? Wollen Sie Ihre Fantasie behalten oder wollen Sie sie gegen eine umfassendere Sicht der Realität eintauschen? Das ist hier die Frage.⁶

2.2 Auf der Jagd⁷

Vorsicht! E.s Welt ist für Menschen unbewohnbar. Sobald man im Wasser der ersten Vermutung schwimmt, verfängt man sich im Netz und gerät in immer tiefere Gewässer, wo man nach unten gezogen wird und nach Luft schnappt. So, wie ein ahnungsloser Fisch, der den ausgeworfenen Köder anbeißt und dann, wenn er aus dem Wasser herausgezogen ist, totgeschlagen wird. Genauso rinnt der Verstand aus unserem Kopf, sobald wir Lügen als Wahrheit akzeptieren. Dies hört sich bedrohlich an, doch die Folgen unwissenschaftlichen Denkens, das auf fantastischen Annahmen wie denen Euler basieren, sind sogar noch mörderischer, wenn sie sich in der Wirtschaft manifestieren. Man muß einen Sophisten durchschauen, sonst wickelt er uns alle um seinen Finger! Die Methode sophistischer Spitzfindigkeiten muß auseinandergenommen werden, oder wir finden uns alle unversehens in diesem Netz gefangen. Der Sophist zieht uns schnell in seinen Bann, und wenn man nicht mit seinen Regeln und Definitionen vertraut ist, wird man versuchen, die Gründe seiner Regeln herauszufinden, und schon ist man zu seinem Sklaven geworden. Versucht man außerhalb der sophistischen Regeln

zu arbeiten, hört man gewöhnlich den Vorwurf: „Betrüger, Sie verletzen die Spielregeln!“

Die Regeln der Sophisten: 1) Hinterfrage niemals die Axiome des Spiels. 2) Spiele einfach nach den Spielregeln und sei der bessere Spieler.

In der Tat, die Sophisten bestimmen immer die Regeln der Debatte und setzen sie rücksichtslos durch, oder ändern einfach die Definitionen, um sie dem anzupassen, was sie gerade beweisen möchten. Und wenn die Beweisführung eines Sophisten zusammenzubrechen droht, denkt er sich einfach neue Regeln aus, um seine Prämissen zu stützen – Prämissen, die geheim bleiben und nicht bekannt werden sollen.

Man denke zum Beispiel an einen Wirtschaftskurs für Anfänger: „Eine gute Wirtschaftspolitik braucht einen ausgeglichenen Haushalt.“ Nichts einfacher als das: Man kürzt in der Gesundheitsversorgung, man kürzt im Verkehrswesen, läßt Teile der Städte verfallen. Und bald ist der Haushalt ausgeglichen! Eine wirklich gute Wirtschaftspolitik? Oder eine andere Aussage: „Gute Wirtschaft = reiche Bürger; reiche Bürger = große Kaufkraft; mehr Kreditkarten = größerer Reichtum.“ Axiom: In der Wirtschaft geht es nur um Geld. „Du mußt lernen, wie du in der Wirtschaft Geld machen kannst.“

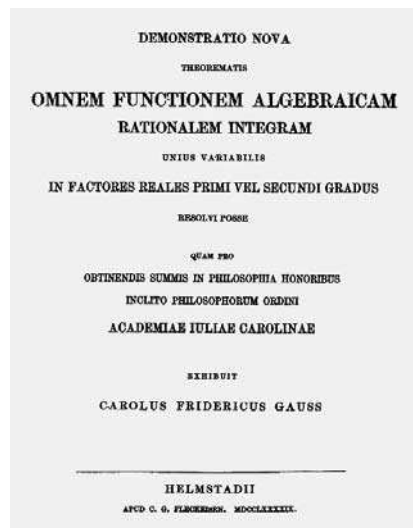
„Aber das ist Raubtierkapitalismus! Das ist verrückt!“ könnte man einwenden.

„Aber es funktioniert!“, sagt das Lehrbuch. „Die Definition einer guten Wirtschaft ist Geld; wen interessiert es, welche ‚Form‘ es braucht, um Geld zu machen? Ich kann beweisen, daß diese Wirtschaftsform funktioniert.“ Wenn der Freihandel scheitert, ließe sich immer noch als Grund dafür „die unsichtbare Hand“ angeben.

Aber was ist eine gute Wirtschaft? Ist sie nicht immer willkürlich? Nein! Es geht dabei um nichts Geringeres als um Rolle der Menschheit im Universum: Wie kann der Mensch sein Potential ständig vergrößern? Wenn sich in Wirtschaftsfragen nicht alles um den Menschen dreht, ist man notwendigerweise ein Nachläufer von George Shultz, Alan Greenschwinder oder Milton Friedman. In der Mathematik ist es ganz ähnlich. Wenn man nicht schon im Ansatz darauf abzielt, aufkommende Paradoxa zu entdecken und durch sich so öffnende Fenster einen neuen Blick auf physikalische Prinzipien zu werfen, sitzt man notgedrungen in einem Zimmer mit geschlossenen Fensterläden – wie Euler, d’Alembert u.a.

Wie durchschneidet man aber das Netz des Sophisten? Das Entscheidende ist, sich immer in seine Geometrie der Absicht zu versetzen. Man muß ihn schnell fragen: „Worauf willst du hinaus?“ Dann ist der Sophist schnell entwaffnet. Denn die Absicht des Sophisten ist stets darauf ausgerichtet ist, einem seinen Willen aufzuzwingen. Ein Sophist hat jede Fähigkeit verloren, eigene Entdeckungen zu machen. Ihm geht es nur darum, *mathematische Gleichungen* aufzustellen, die zeigen sollen, daß man nach einigen Rechendurchgängen irgendwelche Symbole findet, und nennt dies eine Lösung.

Nennen wir $2\sqrt{-1}$ die Lösung für $x^2 + 4 = 0$. Wie beweist das, was wir wollen? Zuerst müssen wir aufzeigen können, daß unsere Gleichung $x^2 + 4 = 0$ irgendwie von Bedeutung für das physikalische Universum ist. Wir müssen nachweisen, daß die Gleichung durch ein Wirkprinzip erzeugt wird und sie sich genau in die Geometrie der wahren Absichten des



Titelblatt von Gauß Schrift auf Latein.

physikalischen Universums einpassen läßt. Ähnlich wie bei der Verdopplung einer Linie; es läßt sich lange über die richtige Länge streiten, aber solange man nicht zeigen kann, wodurch Linien erzeugt werden, kann man nicht wissen, wie man eine Linie verdoppelt. Ohne das Prinzip zu kennen, das Flächen erzeugt, wissen wir nicht, wie man Quadrate verdoppelt. Um zu beweisen, was etwas ist, müssen wir beweisen, was es erzeugt hat! Wir müssen das Erzeugungsprinzip entdecken.

Wenn wir den Fußstapfen von Gauß folgen, läßt sich jede Form von Ignoranz und politischer Tyrannei überwinden, indem man die Erzeugungsprinzipien fin-

det und den tieferen Ursachen der Ereignisse nachgeht. Macht liegt im Wissen dieser Erzeugungsprinzipien, und nicht im Beweis von Meinungen, indem man sich ein logisches System ausdenkt, das seine Axiome unterstützt.

3. Gauß' Angriff auf die Sophisterei

Die Bedeutung von Gauß' Schrift liegt nicht nur in den Axiomen, auf die er verweist, sondern in der Methode, wie er diese Axiome angreift.

Nachdem ich die Frage gestellt hatte, welche ungenannten Hypothesen Gauß verfolgt haben mußte, um der Bloßstellung der Sophisterei zwei Drittel seiner Dissertation zu widmen, stellte ich eine andere Frage. Was ist die unausgesprochene Methode hinter Gauß' Darstellung seines Beweises?

In Abschnitt 2 seiner Schrift sagt Gauß, daß er seinen Beweis von jeder Zuhilfenahme imaginärer Zahlen befreien wolle. In Abschnitt 3 sagt er, er werde „imaginäre“ und „reelle“ Größen unter der Bezeichnung „möglicher“ Größen benutzen. Und in Abschnitt 15 wiederum sagt er, daß er es der Mühe für wert gehalten habe, seinen Satz ohne Hilfe von $\sqrt{-1}$ bewiesen zu haben. Was macht Gauß hier? Er widmet zwei Drittel seiner Arbeit der Widerlegung von falschen Beweisen, die $\sqrt{-1}$ alle auf falsche Art und Weise behandeln, und am Ende befaßt er sich überhaupt nicht mit $\sqrt{-1}$? Beim Durchlesen von Gauß' eigenem Beweis könnte man sich die Frage stellen: „Was ist aus dem Paradox von $\sqrt{-1}$ geworden?“ Es war ja offensichtlich ein Paradox. Zwei Drittel der Diskussion drehten sich schließlich darum. Warum gibt Gauß in seinem Beweis also nicht ausdrücklich die Bedeutung von $\sqrt{-1}$ an, und löst das Paradox? *Sehen wir doch erst einmal, was Gauß über $\sqrt{-1}$ dachte.*

„Diese Untersuchungen führen tief in andere hinein, und ich würde sogar behaupten, in die Metaphysik der Raumtheorie, und ich kann mich nur mit größter Mühe von den daraus entspringenden Ergebnissen losreißen, wie, zum Beispiel, die wahre Metaphysik der negativen und komplexen Zahlen. Die wahre Bedeutung der Quadratwurzel aus -1 steht mit voller Lebendigkeit vor meiner Seele, aber es ist schwierig, sie in Worte zu kleiden; ich bin immer nur imstande, ein unbestimmtes in der Luft schwebendes Bild anzugeben.“

Wie man sieht, war dies kein trockenes Thema für Gauß. Das Paradox von $\sqrt{-1}$

war eine metaphysische Frage über das Verhältnis des Geistes zu allen Zahlen und dem Raum. Gauß betrachtete nicht eine tote Welt von Gegenständen; sein Konzept der Potenz in den Gleichungen von x ist nicht nur eine weitere Zahl in der Zahlenreihe, sondern eine neue Mannigfaltigkeit, wie es auch in den Gaußschen Flächen zum Ausdruck kommt. Tatsächlich weiß Gauß, daß alle Zahlen in der Form $a + bi$ vorkommen und der Bereich der sogenannten „reellen“ Zahlen nur ein Spezialfall der komplexen Aktion ist, der „infinitesimale“ Moment, der stattfindet, wenn eine kreisförmige Aktion die Zahlenlinie überquert (die Horizontale im Kreis). Und selbst komplexe Zahlen sind nur Momente in einem Prozeß dehnbare Größe verbunden mit kreisförmigen Aktion: selbständige spiralförmige Aktion. Jede Zahl hat ein höheres Grenzprinzip, eine Einheit, ein Erzeugungsprinzip. Was in dem begrenzten Zahlenverständnis der Sophisten als „imaginär“ und als regelrechtes Paradox in der Mathematik erscheint, ist eigentlich der Zugang für Entdeckungen einer höheren Zahlenmannigfaltigkeit.^{8,9}

Wenn Gauß dieses Konzept der Zahlen verstand, weshalb hat er dann seine Abhandlung von 1799 so geschrieben und nicht anders? Warum hält er sich zurück und spricht während zwei Dritteln des Beweises in ihrer Sprache? Warum erklärt er es nicht besser? Was steckt hinter seiner Methode?

Die zweite Frage wäre dann: In welchem Kontext hat Gauß seinen Beweis geschrieben; in welchem Umfeld lebte Gauß zu seiner Zeit? Gauß war gerade dabei, die *Disquisitiones Arithmeticae* zu schreiben, das immer noch strengste und tiefste Werk über die Zahlentheorie. Er hatte bereits die Höhe erklommen, hatte schon in seinen frühen Jahren die „Höhle“ verlassen – wobei an das siebte Buch von Platons *Staat* erinnert sei. Wenn sich jemand von den Ketten befreit und den Berghang in Richtung der Sonnenstrahlen von Wahrheit und Freiheit erstiegen hat, was ist dann der nächste Schritt? Ja, es stimmt, die meisten Menschen schrecken vor diesem Gedanken zurück, aber wie jeder agapische Denker müssen wir, wenn wir wahrhaft menschlich sein wollen, in die düstere Welt der Schattenbewohner zurückkehren.

So war es auch mit dem platonischen Denker Gauß. Man muß sich seinen Ansatz gegenüber jenen verdeutlichen, die damals seine Schrift gelesen habe, die sich bestimmt dabei ertappt fühlten, selbst die Methode Eulers und Lagranges

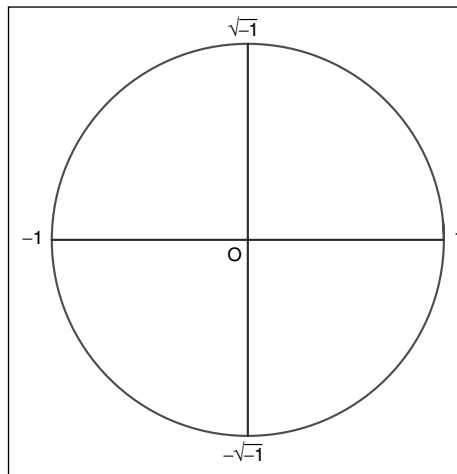


Abbildung 1
Der Einheitskreis in Gauß' komplexem Bereich

Der Ausgangspunkt ist mit 0 und die waagerechten Durchmesserenden mit 1 und -1 bezeichnet. Die Quadratwurzel von -1 findet sich durch Halbierung der Drehung zwischen 1 und -1 und Verkleinerung des Radius durch die Quadratwurzel. Bei genauem Nachdenken stellt man fest, daß $\sqrt{-1}$ und $-\sqrt{-1}$ durch Punkte auf dem Kreisumfang repräsentiert werden, die auf der Hälfte zwischen 1 und -1 liegen.

benutzt zu haben. Wie konnte es ihm gelingen, die akademische Welt, die sich dem Symboldenken unterworfen hatte, von ihren geistigen Fesseln loszureißen? Geht man in die Höhle zurück und erklärt den Gefesselten, daß sie in einer Fantasiewelt leben? Man würde kaum lebend davonkommen, wie Platon sagt, und sicherlich niemanden mit hinausbringen.

Die Heilung eines Sophisten oder eines Opfers akademischer Sophisterei ist keine einfache Aufgabe.

Nachdem die Axiome auf dem Tisch liegen, wie kann man jemanden davon überzeugen, daß diese Axiome falsch sind? Es ist eine Sache, einen Sophisten zu erkennen und bloßzustellen. Die andere Frage ist, wie heilt man die Krankheit? Wie stellt man Axiome wirklich in Frage? Man muß Axiomen Ideen entgegenstellen, die im Denken des Betroffenen ein Paradox entstehen lassen. Welche Methode hat Gauß dafür benutzt?

Lyndon LaRouche beschreibt dies am besten:

„Es wäre ein taktisch verhängnisvoller Fehler, wenn man versuchen wollte, einem fanatischen Reduktionisten Gauß' komplexe Zahlen in Begriffen zu erklären, die für diesen ‚akzeptabel‘ wären und sich innerhalb des von den Reduktionisten Euler und Lagrange vorgegebenen Rahmens linearer axiomatischer Annahmen bewegten. Deshalb ist bei einem solch irrenden Gesprächspartner, wie einem der letzteren, nur die Form des klassischen, sokratischen Arguments für die entsprechende Hypothese hinreichend, die seine Meinungen emotional hinwegfegen kann, indem sie aufzeigt, daß seine Behauptungen, genau wie die Eulers, unheilbar verrückt sind.... Die Anwendung dieser Methode der Hypothesenbildung bedeutet, die Falschheit der starren, ontologischen Annahmen des Reduktionisten anzugreifen. Dabei darf man ihm nicht

die Wahl der deduktiven Methode überlassen, sondern muß sich epistemologisch, d.h. emotional mit den Argumenten des anderen auseinandersetzen.“ (Lyndon H. LaRouche, Jr., „Den komplexen Bereich verstehen“, Herbst 2003)

Wie werden die arithmetischen „Reduktionisten“ wohl reagiert haben, als sie Gauß' Beweis von 1799 durchlasen? Die Sophisten versuchten so vorzugehen: „Zerlege algebraische Funktionen in reelle Faktoren“. Euler schuf mit Hilfe algebraischer Regeln eines nicht auf seine Gültigkeit überprüften Systems Bedingungen, um $\sqrt{-1}$ umgehen zu können, und bewies damit, daß er Funktionen in „reelle“ Faktoren zerlegen kann. Gauß umging dieses Problem insgesamt. Erstens, warum sollte er auf den falschen Begriff des „Reellen“ eingehen? Wäre man dabei nicht wie ein Fisch im Netz gefangen? Zweitens die Frage: Ist es tatsächlich möglich, alle Gleichungen komplett in „reelle“ Wurzeln zu zerlegen? Ist das überhaupt die richtige Fragestellung?

Wie geht Gauß an die Beantwortung der Frage heran? Beweist er innerhalb von E.s Konzeption des Reellen, daß er die Wurzeln, die Faktoren aller Gleichungen welchen Grades auch immer finden kann? Was versucht Gauß eigentlich zu beweisen? Er benutzt keine Diagramme und Schaubilder. Er erklärt überhaupt nichts. Sagt Gauß etwa: „Leute, ihr habt euch geirrt, aber das hier ist wirklich $\sqrt{-1}$ “? Nein, er erklärt nicht, um welche Mannigfaltigkeit es sich hier tatsächlich dreht. Ironischerweise erwähnt Gauß in seinem ganzen Beweis $\sqrt{-1}$ nicht einmal!¹⁰ Sein Interesse reicht tiefer, als nur Wurzeln und Koeffizienten zu finden, um Gleichungen zu „lösen“. Er verläßt vielmehr den Bereich der Arithmetik und geht direkt zu den Wirkprinzipien. (siehe auch *Abb. 1* und *2*)

Mit viel Humor verweist Gauß auf die

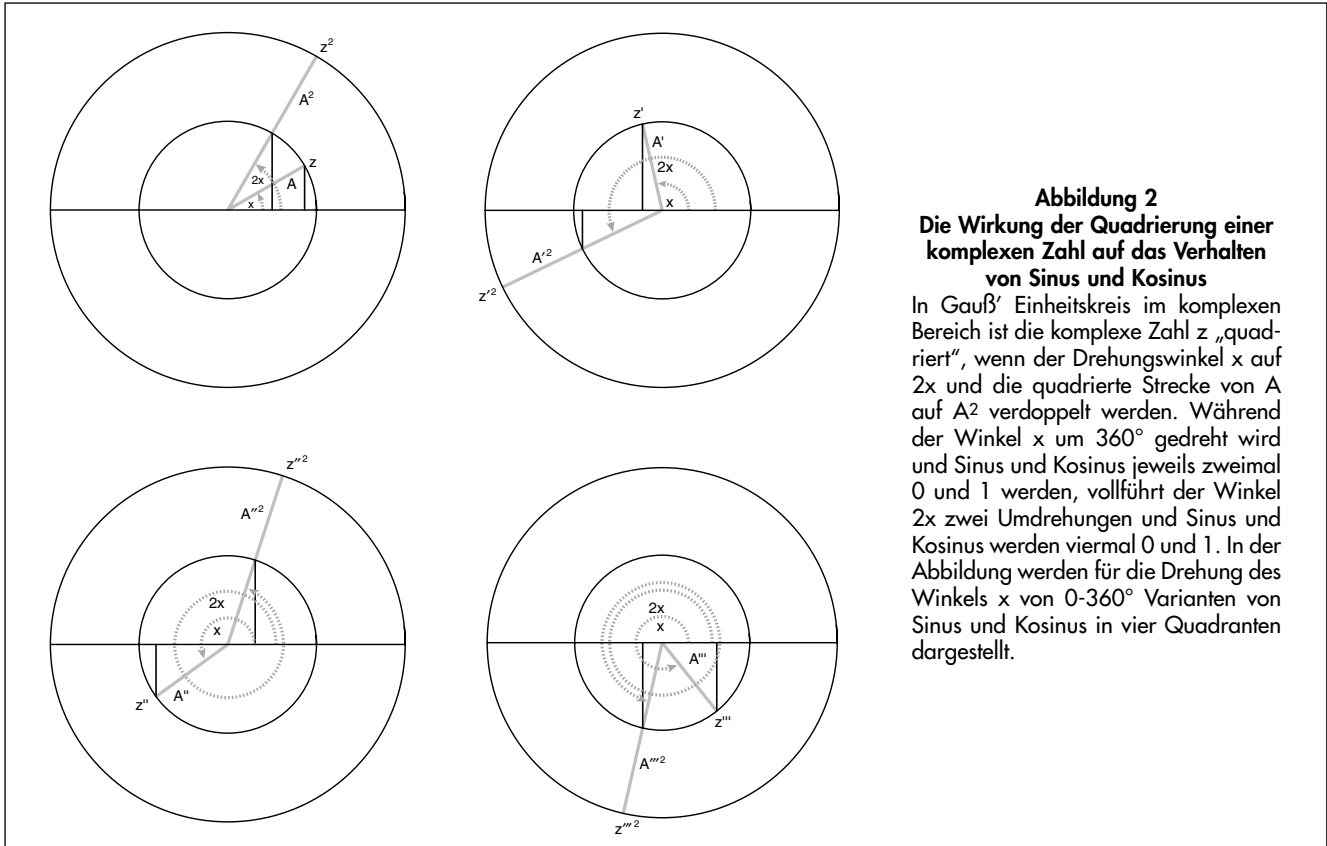


Abbildung 2
Die Wirkung der Quadrierung einer komplexen Zahl auf das Verhalten von Sinus und Kosinus

In Gauß' Einheitskreis im komplexen Bereich ist die komplexe Zahl z „quadriert“, wenn der Drehungswinkel x auf $2x$ und die quadrierte Strecke von A auf A^2 verdoppelt werden. Während der Winkel x um 360° gedreht wird und Sinus und Kosinus jeweils zweimal 0 und 1 werden, vollführt der Winkel $2x$ zwei Umdrehungen und Sinus und Kosinus werden viermal 0 und 1 . In der Abbildung werden für die Drehung des Winkels x von $0-360^\circ$ Varianten von Sinus und Kosinus in vier Quadranten dargestellt.

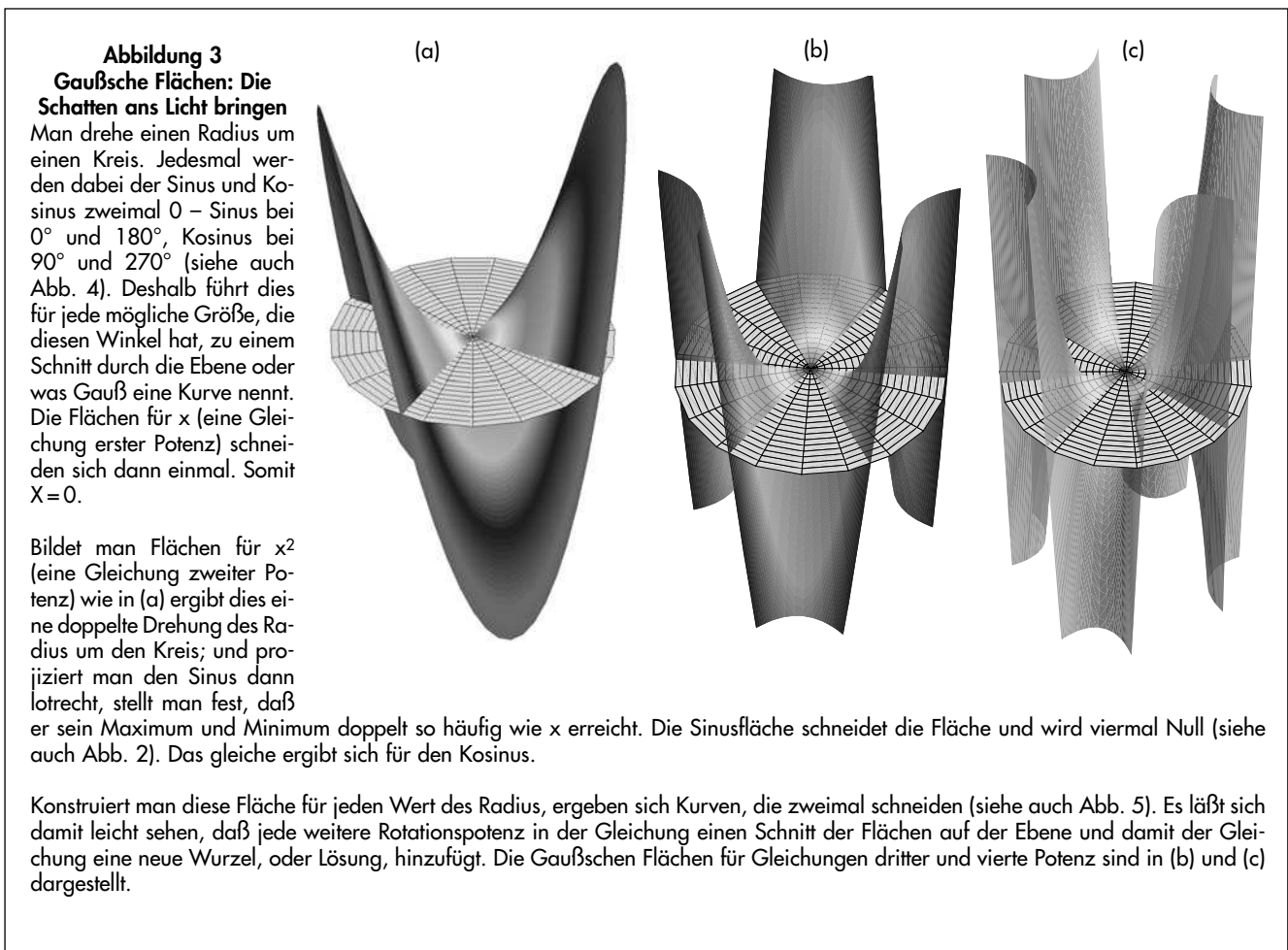


Abbildung 3

Gaußsche Flächen: Die Schatten ans Licht bringen

Man drehe einen Radius um einen Kreis. Jedesmal werden dabei der Sinus und Kosinus zweimal 0 – Sinus bei 0° und 180° , Kosinus bei 90° und 270° (siehe auch Abb. 4). Deshalb führt dies für jede mögliche Größe, die diesen Winkel hat, zu einem Schnitt durch die Ebene oder was Gauß eine Kurve nennt. Die Flächen für x (eine Gleichung erster Potenz) schneiden sich dann einmal. Somit $X=0$.

Bildet man Flächen für x^2 (eine Gleichung zweiter Potenz) wie in (a) ergibt dies eine doppelte Drehung des Radius um den Kreis; und projiziert man den Sinus dann lotrecht, stellt man fest, daß er sein Maximum und Minimum doppelt so häufig wie x erreicht. Die Sinusfläche schneidet die Fläche und wird viermal Null (siehe auch Abb. 2). Das gleiche ergibt sich für den Kosinus.

Konstruiert man diese Fläche für jeden Wert des Radius, ergeben sich Kurven, die zweimal schneiden (siehe auch Abb. 5). Es läßt sich damit leicht sehen, daß jede weitere Rotationspotenz in der Gleichung einen Schnitt der Flächen auf der Ebene und damit der Gleichung eine neue Wurzel, oder Lösung, hinzufügt. Die Gaußschen Flächen für Gleichungen dritter und vierte Potenz sind in (b) und (c) dargestellt.

Was ist überhaupt ein Sinus?

Historisch steht der Sinus mit einer Kreissehne in Verbindung, wobei eine Sehne eine Linie ist, die einen Kreis schneidet und ihn in zwei Bögen oder Kurvensegmente teilt. (Der Durchmesser ist lediglich eine Sehne, die den Kreis in zwei gleiche Bogenabschnitte teilt.) In dem Kreis von Abb. 4 sieht man, wie die Sehne BE den Kreis in einen größeren und einen kleineren Abschnitt teilt. Zieht man zwei Radien vom Kreismittelpunkt A nach B und E, erhält man ein Dreieck ABE mit der Sehne als Seite.

Wenn man dann die Sehne BE mit einem weiteren vom Kreismittelpunkt ausgehenden Radius AD halbiert, entstehen an der Schnittstelle mit der Sehne bei C zwei rechte Winkel und zwei rechtwinklige Dreiecke ABC und AEC. Der Sinus ist definiert als das Lot von einem der zwei Punkte, wo die Sehne den Kreis schneidet (etwa B) auf die Schnittstelle des Radius AD mit der Sehne bei C. Somit ist der Sinus die Hälfte der Sehnenlänge, und das rechtwinklige Dreieck, dem er angehört, ist die Hälfte des Dreiecks ABE. Die Griechen nannten den Sinus auch Halbsehne.

Stellte man sich vor, die Sehne verkürzte sich auf die Länge 0, würde deutlich, daß sich auch das Lot, das wir Sinus nennen (d.h. die Hälfte der Sehne) auf 0 verkürzt, und das rechtwinklige Dreieck reduzierte sich zu einem waagerechten Radius. Vergrößert man aber die Sehne auf ihre maximale Länge – den Kreisdurchmesser –, wüchse der senkrechte Sinus an diesem Maximum zu der Radiuslänge (d.h. den halben Durchmesser).

Durch diesen Vorgang wurde der Winkel BAC oder φ über einen Kreisbogen von 0 bis 90° gedreht. Verkleinert man die Sehne durch weitere Linksdrehung, bis sie wieder 0 wird (eigentlich durch Drehung des Winkels φ von 90 bis 180°), würde der Sinus wegen der Symmetrie ebenfalls wieder 0 und würde zu einer Linie mit Radiuslänge. Das bedeutet, daß sich der Sinus im traditionellen Einheitskreis (Radius = 1) bei Drehung um die 360° des Kreises periodisch verändert, und zwar mit einem Maximum von 1 bei 90° und 270° und einem Minimum von 0 bei 0° und 180° .

Was ist nun der Kosinus? Es mag aufgefallen sein, daß bei der Drehung des Winkels φ um den Kreis die waagerechte Linie AC in dem Maße kleiner wurde, wie die senkrechte Linie BC des Dreiecks ABC größer wurde, und umgekehrt.

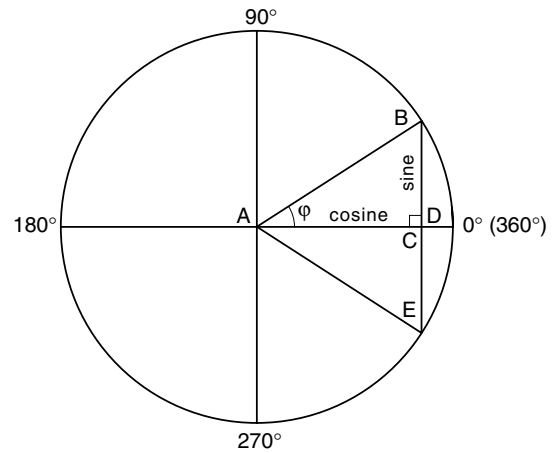


Abbildung 4
Der Ursprung von Sinus und Kosinus im Einheitskreis

Wenn also der Sinus das Maximum des Radius 1 erreichte, wurde AC null, wenn sich aber der Sinus auf Null reduzierte, wurde AC zum Radius 1. Diese waagerechte Linie ist der Kosinus.

Alle, die Trigonometrie durch Auswendiglernen von Formeln gelernt haben, werden sich fragen, was diese Sinus und Kosinus, mit denen man sich geistlos in den Hausaufgaben herumplagte, mit jenen zu tun haben, die wir uns soeben im Einheitskreis angeschaut haben. Wegen der proportionalen Eigenschaften der Seiten in ähnlichen Dreiecken – solche mit gleichen Winkeln, aber unterschiedlichen Größen – ist der Sinus/Hypotenuse unseres Einheitskreises in jedem ähnlichen Dreieck gleich der dem Winkel φ /Hypotenuse gegenüberliegenden Seite unseres ähnlichen Dreiecks. Da somit die Hypotenuse in dem Einheitskreis 1 ist, ist $\text{Sinus}/1 =$ Gegenseite/Hypotenuse in jedem ähnlichen Dreieck. Dieser Sinus, den wir mit dem Winkel φ in dem Einheitskreis in Verbindung bringen, ist keine Linie, sondern ein Verhältnis zweier durch einen Kreis bestimmten Linien. Ähnlich ist der Kosinus das Verhältnis der an die Hypotenuse anliegenden Seite. Ist der Groschen gefallen? *Christine Craig*

gemachten Annahmen und technischen Fehler, um dann ohne Erläuterung die transzendente Beziehung aufzuzeigen, die das erzeugt, woher das algebraische System, und mithin alle Gleichungen, herrühren. Gauß' Flächenkonstruktionen verdeutlichen das Prinzip, welches eine unendliche Menge an Potenzen ermöglicht. Dadurch, daß er eine unendliche Menge an Potenzen auf die Ebene seiner komplexen Zahlen überträgt, kann Gauß zwar nicht den genauen Wert der Wurzeln berechnen, aber er kann zeigen, daß die Wurzeln tatsächlich existieren. Aus der Topologie dieser merkwürdigen Flächen

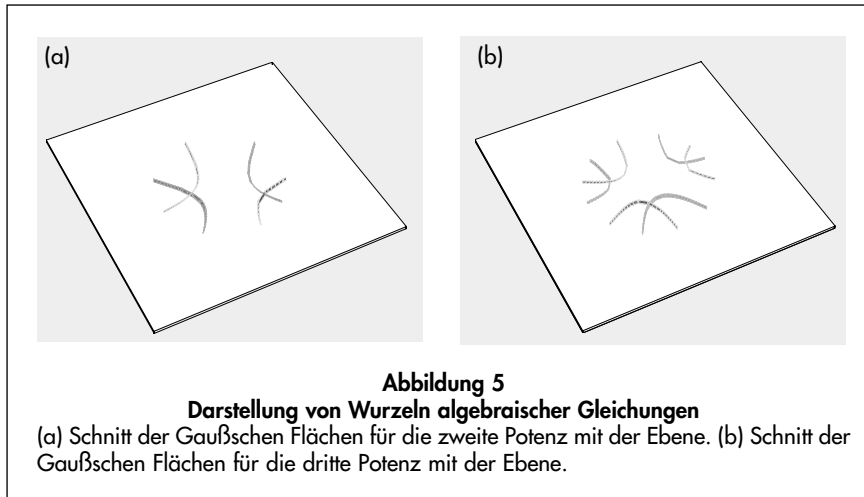
geht hervor, daß die höchste Potenz in einer Gleichung die Anzahl der Drehungen bestimmt, welche die Fläche kreuzen, und somit auch die Anzahl der Wurzeln in einer beliebigen Gleichung, wo die Sinus- und Cosinusflächen die Ebene schneiden (siehe *Abbildung 3 und 5*).¹¹

Gauß war einer jener wahren Wissenschaftler, der Platons Epistemologie studiert und die tiefsten metaphysischen Fragen des Universums ergründen wollte. Ist es nun mit der Methode von Platon, Gauß und LaRouche lediglich eine „imaginäre“ Vorstellung, die heutige Zivilisation zu retten und eine weltweite Renais-

sance in Gang zu setzen, oder ist es „möglich“? Die Frage ist, ist das Ihre *Absicht*?

Epilog – Im komplexen Bereich organisieren

Stellen Sie sich vor, Sie stehen an einem Infotisch auf der Straße und finden sich plötzlich in einer hitzigen Debatte mit einem Freihandels-Fanatiker über den Niedergang der Weltwirtschaft. Welche Flanke bietet sich an, einen solchen Sophisten zum Schweigen zu bringen? Hier bieten sich LaRouches Animationen an (siehe



Gibt es eine bessere Methode? *Singen!* Mit 20 Jugendlichen Bachs „Jesu, meine Freude“ singen! Dann werden wir ja sehen, wie lange der *Metallica*-Fan weiterdebattieren wird.

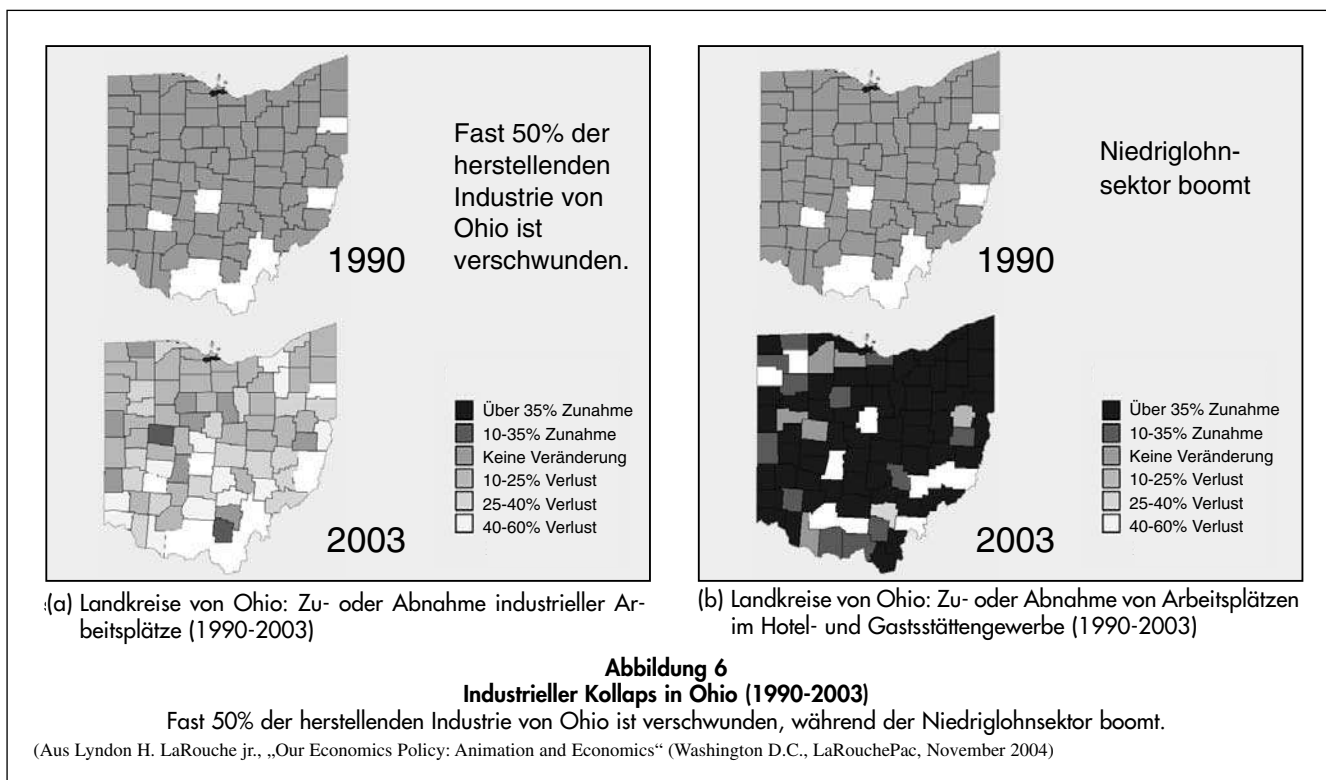
Danksagungen

Bruce Director ist der „Apollonius“ der LaRouche-Jugendbewegung. Das große Problem, dem sich unsere Generation gegenüber sieht, ist, die Verantwortung aufzubringen, wirklich „erwachsen“ zu werden und die geistigen Fähigkeiten zu entwickeln, das Schicksal der ganzen Menschheit in die eigene Hand zu nehmen. LaRouche hat angeregt, anhand von Gauß' Schrift ein Verständnis der „Ideengeschichte“ zu entwickeln, einen wissenschaftlichen Dialog über Jahrhunderte hinweg zu verstehen. In dieser Hinsicht ist es mir ein besonderes Anliegen, Bruce Director ganz besonders zu danken. Er hat uns mit großem Humor und Ironie die großen Ideen der Wissenschaftsgeschichte zugänglich gemacht. Bruce ist so gar kein „Babyboomer“, ohne diesen geistigen Defekt des „Sieh mich an, was ich alles weiß!“ Bruce hat vielmehr mit seiner jugendlichen Bescheidenheit und egofreien pädagogischen Methode ganze „Heerscharen“ von uns inspiriert und uns gezeigt, daß es Spaß macht, weise zu werden. Seine Methode ist eine Lektion, die alle lernen sollten, die ihr Wissen an an-

Abbildung 6). Sobald man die Veränderungen ins Spiel bringt, gibt es keine sophistische Debatte mehr. Er könnte dann die unsichtbaren Beziehungen der verschiedenen sich gegenseitig beeinflussenden Prinzipien vor seinem geistigen Auge sehen, die den jetzigen Zustand zur Folge haben, über den Sie gerade debattieren: Die Auswirkungen des Freihandels und die Umwandlung der Industriestaaten in eine nachindustrielle Müllhalde wären dann unbestreitbar.

Und noch ein Beispiel: Sie versuchen den ganzen Tag Leuten zu beschreiben, was schöne Musik ist. Sie haben am Infotisch große Plakate und Diagramme über Belcanto, Zitate von großen Künst-

lern usw. Sie beschreiben, wie ein Geiger schöne Töne erzeugt. Sie reden über die menschliche Singstimme und wie die Stimmregister die verschiedenen Qualitäten des menschlichen Geistes widerspiegeln. Sie sprechen darüber, wie klassische Musik einen Dialog wie bei einem wirklichen menschlichen Gespräch erzeugt und daß *jegliche* Musik diese Qualität des menschlichen Geistes ausdrücken sollte. Folglich ist klassische Musik jeder anderen überlegen. Werden Sie irgend jemanden so überzeugen können? Am Ende des Tages sind Sie wütend, daß die ganze Welt so dumm ist, und niemand Ihre Erklärungen akzeptieren wollte.



dere weitergeben wollen. Ich möchte auch Jason Ross und Sky Shields danken; Aaron Helevy für seine Hilfe, E.s Beweis darzustellen und E.s Rolle bei der geistigen Verrohung der Menschen darzustellen; Niko Paulson hat mir geholfen, vieles schärfer auszudrücken, ohne das hätte ich die Fertigstellung dieses Aufsatzes wahrscheinlich lange hinausgeschoben; Rianna St. Classis, meine Teamgefährtin bei der Erarbeitung eines wirklichen Verständnisses des Gaußschen Beweises, hat mir bei der Durchsicht des Manuskripts geholfen.

Anmerkungen

1. Zum besseren Verständnis besorgen Sie sich am besten eine Kopie von Gauß' Doktorarbeit aus dem Internet bei www.wlym.de.
2. Die Abschnitte 4 und 14 der Schrift zeigen deutlich:

$$X = r^m \sin m\varphi + r^m \cos m\varphi.$$
3. Gauß' Papier besteht aus seinen Beschreibungen des Gegenstandes und des Themas, gefolgt von einer Zusammenfassung der „Beweise“ von d'Alembert, Euler und Lagrange, die jeweils von Gauß widerlegt werden, sowie im Anschluß Gauß' eigenem Beweis.
4. Ein Beispiel dieses Paradoxes:
 $x^2 + 4 = 0, \Rightarrow x^2 = -4, \Rightarrow x = \sqrt{-4}, \Rightarrow x = 2\sqrt{-1}$
 Oder:
 $x^2 + 1 = 0, \Rightarrow x^2 = -1, \Rightarrow x = \sqrt{-1}$
5. Aus Eulers „Recherches sur les racines imaginaires des équations“, welches in den *Mémoires de l'Académie des Sciences de Berlin* 1749 veröffentlicht wurde. Hier ist noch ein weiteres Beispiel für E.s scheinheiliges Vorgehen. Er wollte seinen Beweis nicht mit „Schatten von Schatten“ beschmutzen. Er „bewies“, daß er Gleichungen bis zu „reellen“ Wurzeln zerlegen kann, indem er Bedingungen schafft, unter denen die Anomalie $\sqrt{-1}$ erst gar nicht auftritt. „Ich kann mich nicht mit $\sqrt{-1}$ befassen, mein System würde dadurch an Glaubwürdigkeit verlieren. Ich muß Bedingungen schaffen, in welchen das Paradox nicht auftritt.“ In der Öffentlichkeit wollte Euler seinen Beweis nicht mit solchen ordinären Größen beschmutzen. Aber hinter vorgehaltener Hand gibt er zu, daß sie nützlich sind! Euler ist wie der unmoralische Bernard Mandeville, der Prostitution als öffentliches Übel verurteilt, still und heimlich aber ins Bordell geht. Euler schreibt:
 „Es scheint zwar, als sei das Wissen über die imaginären Wurzeln einer Gleichung ohne jeglichen Nutzen, da sie keine (reellen) Lösungen zu beliebigen Problemen anbieten, ist es nichtsdestoweniger bei der Zerlegung wichtig, mit den imaginären Größen vertraut zu sein, denn wir bekommen dadurch nicht nur ein besseres Verständnis über die Natur der Gleichungen, sondern auch erheblichen Nutzen bei der Zerlegung des Unendlichen.“
6. Wie LaRouche treffend bemerkt:
 „Man muß zwischen wahren Wissen und Aus-

wendiglernen wählen, oder bereit sein, in der gegenwärtigen Weltkrise dem seltsamen Drang nachzugeben, über die sich auftuende Klippe zu springen, ähnlich wie die sagenumwobenen Lemminge, quiekend im Herdenrausch auf dem Weg ins Verhängnis.“ (Lyndon LaRouche: „The Next Generations“, in EIR, 22. Nov. 2002, Vol. 29, Nr. 45, S.43)

So, wie die Verdammten aufschreien: „Bring uns den Tod!“, und sich wie die Lemminge in einen orgiastischen Anfall flüchten, ohne zu wissen, wie man die Annahmen, die sie soweit gebracht haben, hinterfragen kann, fordere ich dazu auf, die Gaußsche Methode einzusetzen, um die Seelenkrankheit des Freihandels einer selbstbewußten Untersuchung zu unterziehen.

7. Tod. Keine Größen. Keine Prinzipien. Ein deutliches Anzeichen für Eulers Charakter und den Grund dafür, warum er Zahlen als Symbole betrachtet, findet sich in seiner Attacke gegen Leibniz' „Monadologie“. Euler reduziert die Monaden zu Punkten auf einer Linie. Die Punkte können dabei so klein sein, wie sie möchten, denn man kann ja eine Linie in immer kleinere Stücke unterteilen. Er zielt darauf ab, die Monadologie zu zerstören – d.h. Leibniz' politische Aussage, worin er die Sicht des Menschen als Abbild Gottes verteidigt, daß Menschen Entdeckungen machen und die Prinzipien wissen können, welche die Entwicklung der materiellen Dinge bestimmen. Allein die Tatsache, daß er in einem Wettbewerb darüber entschied, wer die besten Widerlegung von Leibniz verfassen könnte, läßt tief in Eulers satanisches Innere blicken. (Siehe auch David Shavins Besprechung eines Buchs über Maupertuis, eines Zeitgenossen Eulers, der ebenfalls an diesem Skandal beteiligt war: „Maupertuis: Der Mann, der versuchte, Leibniz platt zu machen“, in *21st Century*, Frühjahr 2004, S. 48.)
8. Was dachte Gauß über Zahlen? Sein Lehrer Abraham Gotthelf Kästner stand in der Tradition von Platon, Kues, Kepler und Leibniz. Gauß sah sicherlich Fehler in der damaligen Mathematik, war er aber deswegen nur ein junger Rebell? Was ermöglichte ihm seine Erkenntnisse? Einige Einblicke in Gauß' Denkweise ergeben sich aus einer Fehde zwischen seinem Lehrer Kästner und Euler. In seiner Abhandlung über die *Anfangsgründe der Mathematik* aus dem Jahre 1758, welche der Leitfaden für den Mathematikunterricht war, als Gauß gerade mit seinem Studium am Carolinum in Braunschweig anfang, führte Kästner die negativen Zahlen auf folgende Weise ein: „Entgegengesetzte Größen sind Größen, die durch Berücksichtigung solcher Bedingungen entstehen, zu welchen eine Größe eine andere reduziert – zum Beispiel Gewinne und Verbindlichkeiten, Vorwärts- und Rückwärtsbewegungen usw. Eine der Größen, welche auch immer ausgesucht wird, ist positiv oder affirmativ genannt; die entgegengesetzte ist negativ oder negational genannt.“
 Man vergleiche dies mit Eulers Herangehensweise in seinem Text über Algebra von 1770: „Es bleibt noch den Fall zu lösen, wo (-) mit (-) oder zum Beispiel (-a) mit (-b) multipliziert wird. Es ist zunächst deutlich, daß im Fall der Buchstaben das Produkt ab ist; aber es ist noch unklar, ob das Zeichen + oder eher das Zeichen - vor dem Produkt stehen sollte; man weiß nur, daß es eins von den beiden Zeichen sein muß.

Dennoch sage ich, daß es nicht (-) sein kann, weil (-a) multipliziert mit (+b) ergibt (-ab), und (-a) multipliziert mit (-b) kann nicht das selbe Ergebnis haben als (-a) multipliziert mit (+b); aber das Gegenteil muß daraus entstehen, nämlich (+ab); wir haben also folgende Regel: + multipliziert mit + ergibt +, sowie - multipliziert mit -.“

Wußte Euler, was er da tat? Oder ist es reiner Zufall, daß er 12 Jahre *nach Kästner* die Zahlen in tote Symbole umwandelt? Wußte er, daß Zahlen keine Objekte, sondern Größen sind? Ist dies der Grund weshalb Gauß ihn angreift?

9. Zahlen sind eine Gesetzmäßigkeit dafür, wie Menschen ihr Wirken und ihre Ideen im Universum messen, und wenn Menschen die Grenzbedingungen einer gegebenen Mannigfaltigkeit entdecken, sind sie wie ein Hebel, der es uns ermöglicht, noch höhere Grenzbedingungen zu entdecken, welche in der Mannigfaltigkeit, in der wir uns befinden, anscheinend „unendlich“ oder „unmöglich“ sind. Ein klassischer Denker fragt sich: „Was sind die Annahmen, die über die Ursachen bestimmter Phänomene gemacht wurden, die es unmöglich machen, die Lösung eines Paradoxes zu finden?“ Wird diese Frage gestellt, befinden wir uns auf dem Weg zur Lösung.
 Sobald man erkennt, was fehlt, eröffnen sich ganz neue Möglichkeiten. $\sqrt{-1}$ ist solch ein Fenster, das uns erkennen läßt, daß unser jetziges Verständnis begrenzt ist, und unterstreicht die Natur der Menschheit: die gesetzmäßige Ordnung des Universums zu entdecken! Wie in einer Wirtschaft, die gegen das Naturrecht verstößt, wird sich diese höhere Grenzbedingung schließlich bemerkbar machen, und das gewöhnlich auf recht unerfreuliche Weise für die Nachwelt. Aber das Schöne am Menschsein ist, daß diese Grenzbedingungen entdeckt werden können, bevor wir in einer entropischen Reihe von Axiomen festsitzen. Deshalb leben wir in der besten aller möglichen Welten! Wären Euler und Lagrange Menschen und keine blindwütigen Empiriker gewesen, die in einer Schattenwelt bloßer Effekte lebten, so hätten sie sich über die Erzeugungsprinzipien des axiomatischen Systems der Algebra gewundert und die Notwendigkeit von dessen Existenz beweisen können.
10. Es ist sehr ironisch, daß Gauß in seinem ganzen Beweis mit keinem Wort über die Quadratwurzel von -1 spricht. Das Paradox verschwindet innerhalb der wahrhaftigeren Mannigfaltigkeit, und man fragt sich, wo $\sqrt{-1}$ geblieben ist. Was ist passiert? Es gibt eine Methode hinter dem Vergleich einer falschen und einer wahrhaftigen Methode. Die Frage, die ich hatte, war, stimmt es immer, daß solche Ironien dadurch erzeugt werden, wenn man vom Standpunkt der wahren Axiome eine Reihe falscher Axiome beobachtet? Gibt es eine innewohnende Ironie, die durch das Nebeneinander einer Mannigfaltigkeit und ihrer höheren erzeugten Mannigfaltigkeit entsteht? Oder kommt die Ironie nur zustande, wenn der Autor sie beachtigt?
11. Siehe auch Bruce Directors Artikel „The Fundamental Theorem of Algebra: Bringing the Invisible to the Surface“, in *Fidelio*, Sommer/Herbst 2002.