Dynamik, nicht Mechanik

Von Bruce Director

Der Mensch ist kein mechanisches System, wenn auch die vorherrschende öffentliche Meinung das Gegenteil behauptet. Wenn man anfangen will zu begreifen, worum es bei der physischen Ökonomie geht, muß man sich deshalb zuerst mit der Wissenschaft der Dynamik beschäftigen, die dem aristotelischen Sophismus der Mechanik überlegen ist.

Der Unterschied zwischen Dynamik und Mechanik ist kein semantischer. Er ist grundlegend. Die Dynamik befaßt sich mit den Ursachen, die Mechanik mit den Wirkungen. Die Dynamik behandelt Prozesse als Ganzes, die Mechanik betrachtet die Wechselwirkungen zwischen einigen ihrer Teile. Beide sind so klar voneinander geschieden wie Wahrheit von Rhetorik, Ideen von Worten und Liebe von Sex. Obwohl dieser Unterschied unmittelbar durch Nachforschungen im Bereich der Physik zutage tritt, sind seine Implikationen, wie Leibniz selbst betonte, universell. Denn ohne die Dynamik einer bestimmten Situation zu kennen, ist es unmöglich, etwas über Politik, Geschichte, Wissenschaft und Kunst zu wissen.

Jegliche Materie ist belebt

Obgleich Leibniz die Grundbegriffe schon weit früher entwickelt hatte, begründete er die Wissenschaft der Dynamik unter diesem Namen durch seine Schrift „*Dynamica de potentia et legibus naturae corporeae*“ von 1691 als „die neue Wissenschaft von Kraft und Bewegung, die man Dynamik nennen könnte“.

Wie der Name bereits nahelegt, stammt Leibniz’ Wissenschaft der Dynamik (griechisch δυναμις / dynamis) von der pythagoräisch-platonischen Lehre der Sphärik, so wie sie darauf folgend von Nikolaus von Kues und Kepler in ihre moderne Form gebracht wurde. Sie ist die Basis für die Entwicklung höherer Formen antieuklidischer Geometrie, so wie man sie mit den Arbeiten von Gauß, Abel, Jacobi, Dirichlet und Riemann verbindet. Leibniz stellte fest, daß die neue Wissenschaft der Dynamik der Mechanik überlegen ist: „Durch tieferes Nachdenken… erfuhr ich eine Wahrheit, die höher ist als alle Mechanik, nämlich daß alles in der Natur mechanisch erklärt werden kann, daß aber die Prinzipien der Mechanik selbst auf metaphysischen und gewissermaßen moralischen Prinzipien beruhen, das heißt auf der Betrachtung der vollkommensten hinreichenden, wirksamen und letzten Ursache, nämlich Gott, und in keiner Weise aus der blinden Zusammensetzung von Bewegungen abgeleitet werden können.“ (*Über die Natur des Körpers und die Gesetze der Bewegungen*)

Der unmittelbare Anstoß für die Einführung dieser neuen Wissenschaft war, wie Leibniz deutlich machte, die Berichtigung eines Fehlers, der von Descartes und seinen Anhängern in die Physik hineingetragen worden war. Die Cartesianer bestanden darauf, daß die Bewegungen und Wechselwirkungen physikalischer Körper, mechanisch, durch ihre sichtbaren Kennzeichen, d.h. ihre Masse und Geschwindigkeit, vollständig erfaßt werden könnten. Vom cartesischen Standpunkt hätte ein 2000 kg schwerer Körper, der sich mit 1 km/h bewegt, die gleiche „Bewegungsquantität“ (Masse mal Geschwindigkeit) wie ein 1 kg schwerer Körper, der sich mit 2000 km/h bewegt. Jeder, der in der Bewegungsbahn dieser beiden Objekte stünde, würde deutlich spüren, daß der kleinere Gegenstand, der sich mit höherer Geschwindigkeit bewegt, eine wesentlich größere Kraft entfaltet als der schwerere Gegenstand, der sich mit langsamerer Geschwindigkeit bewegt. Durch diverse Versuche konnte Leibniz bestimmen, daß die tatsächliche Kraft als Masse mal *Quadrat* der Geschwindigkeit gemessen werden müßte. Während in unserem Beispiel die „Bewegungsquantität“ beider Gegenstände gleich sein müßte, nämlich 1 x 2000 oder 2000 x 1 = 2000, wäre ihre Kraft völlig unterschiedlich. Der erste Gegenstand besitzt die Kraft 2000 x 1^2 = 2000, das zweite Objekt jedoch besitzt die Kraft 1 x 2000^2 = 4 Millionen.

Dasselbe Prinzip in seiner Umkehrung demonstrierte Leibniz anhand eines Pendels. Wie durch Messungen bestätigt werden kann, verhält sich die Geschwindigkeit eines fallenden Körpers proportional zur Quadratwurzel der Fallhöhe, oder anders herum, die Fallhöhe ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit. Wenn man bei einem simplen Pendel das Pendelgewicht auf eine senkrechte Höhe von 40 cm brächte, würde es an seinem tiefsten Punkt eine Geschwindigkeit von 2 Einheiten erreichen und besäße genug Kraft, um beim Fortsetzen der Bewegung erneut auf eine senkrechte Höhe von 40 cm hochzusteigen. Würde man dasselbe Gewicht nur auf eine Höhe von 10 cm bringen, so würde es an seinem tiefsten Punkt nur eine Geschwindigkeit von 1 Einheit erreichen und besäße entsprechend die Kraft, auf die Höhe von 10 cm aufzusteigen. Somit besäße ein Körper bei doppelter Geschwindigkeit die Kraft, die vierfache Wirkung zu entfalten, oder allgemeiner ausgedrückt, die Kraft ist proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit.

Leibniz betonte ebenfalls, daß Kraft (Potential) eine Eigenschaft des physikalischen Prozesses als Ganzes sei. „Außerdem habe ich entdeckt, daß statt dessen dieses *Naturgesetz* gilt, nämlich daß die *ganze Wirkung die gleiche Kraft wie ihre volle Ursache hat*…“

Die Kraft der Ursache ist also vollständig in der Wirkung widergespiegelt. Wenn sich etwas in einer bestimmten Geschwindigkeit bewegt, muß die Ursache genügend Kraft besessen haben, um die entsprechende Wirkung zu erzeugen. Wenn, wie bei unserem Beispiel, die maximale Geschwindigkeit 2 Einheiten beträgt, muß das Pendelgewicht vorher auf die Höhe von 4 Einheiten gehoben worden sein.

(Dem Leser sollte bewußt sein, daß Leibniz’ Idee von der Krafterhaltung mit der reduktionistischen Vorstellung der Energieerhaltung nicht identisch ist. Letztere ist ein Sophismus und basiert auf dem Trugschluß, physikalischen Körpern hafte eine lineare, skalare Größe namens Energie an. Leibniz’ Kraftbegriff charakterisiert ein Prinzip, das die Bewegung der Körper verursacht. Wie wir in Hinblick auf Riemanns Arbeit über das Dirichlet-Prinzip aufzeigen werden, ist Kraft an sich nicht linear. Das zeigt sich beispielsweise an der Kraft der menschlichen Kreativität, die Macht des Menschen über die Natur zu steigern.)

Der Irrtum der Cartesianer, betonte Leibniz, war kein technisches, auf die Physik beschränktes Problem, sondern deutete auf einen fundamentalen erkenntnistheoretischen Defekt hin. Die Cartesianer hatten das falsche aristotelische

Dogma übernommen, wonach das Universum in zwei getrennte Abteilungen zerfalle, nämlich in eine Abteilung der Physik, die die sichtbaren Objekte und tote materielle Substanzen beinhalte, und in eine Abteilung der Metaphysik, in der sich die nichtmateriellen Dinge wie Ideen und Prinzipien befänden. Die erste Abteilung war sowohl für die Aristoteliker wie für die Cartesianer „in der Welt", die zweite Abteilung allerdings „außerhalb der Welt".

Durch sein einfaches Experiment zeigte Leibniz, daß die sichtbaren Eigenschaften materieller Körper nicht ausreichen, um die reale Wirkung, die diese Körper „in der Welt" ausüben, zu erklären. Jene Wirkung wurde nicht durch die materielle Substanz allein bestimmt, sondern von der *Kraft, die sie lebendig machte*. Leibniz bezeichnete diese Kraft treffenderweise mit „vis viva" oder „lebendige Kraft". Im Gegensatz zu Aristoteles und den Cartesianern bestand Leibniz darauf, daß diese lebendige Kraft wirklicher sei als die sichtbaren, materiellen Bewegungseffekte:

„Diese Erwägung, nach der die Kraft von der Bewegungsquantität zu unterscheiden ist, ist nicht nur für die Physik und die Mechanik von Bedeutung, um die wahren Naturgesetze und Bewegungsregeln zu finden, ja, um manche Irrtümer praktischer zu verbessern, die sich in die Schriften einiger geschickter Mathematiker eingeschlichen haben: sie ist auch für die Metaphysik von Wichtigkeit, um zu einem besseren Verständnis ihrer Prinzipien zu gelangen. Denn die Bewegung an und für sich ist ihrem eigentlichen und genauen Begriffe nach, nämlich als bloße Stellenänderung, nichts völlig Reelles; und wenn mehrere Körper ihre gegenseitige Lage verändern, so ist es – wie ich auf geometrischem Wege leicht zeigen könnte, wenn ich mich jetzt hierbei aufhalten wollte – unmöglich, allein durch die Betrachtung dieser Veränderungen zu bestimmen, welchem von ihnen man Bewegung oder Ruhe zuschreiben muß…

Nun ist diese Kraft etwas von Größe, Gestalt und Bewegung Verschiedenes; und man darf daher nach dem Gesagten schließen, daß der Begriff des Körpers nicht einzig und allein – wie unsere Modernen wollen – in der Ausdehnung und ihren Modifikationen aufgeht. Wir können nicht umhin, die von ihnen verbannten Wesen und Formen in gewissem Sinne wiedereinzuführen. Und obgleich alle besonderen Naturerscheinungen von denen, die sie wahrhaft verstehen, auf mathematische oder mechanische Weise erklärt werden können, so zeigt sich doch, daß nichtsdestoweniger die allgemeinen Prinzipien der körperlichen Natur und der Mechanik selbst eher metaphysischer als geometrischer Natur sind, und daß wir mit anderen Worten als Ursachen der Erscheinungen eher bestimmte ‚Formen' und unteilbare Naturen, als die bloße körperliche und ausgedehnte Masse anzusehen haben." (*Metaphysische Abhandlung*, Abschnitt 18)

Um einen physikalischen Prozeß zu verstehen, ist es deshalb notwendig, seine Dynamik zu kennen.

Der dynamische Phasenraum

Da die Dynamik eines physikalischen Prozesses Prinzipien reflektiert, die nicht direkt mit den Sinnen zu erfassen sind, kann sie auch nicht mittels einer bloßen Beschreibung der sichtbaren Erscheinungen einer Aktion ausgedrückt werden. Aus diesem Grund entwickelten Gauß, Dirichlet und insbesondere Riemann die Mittel, um die Dynamik mit Hilfe der bestimmenden Charakteristika einer Riemannschen Mannigfaltigkeit auszudrücken bzw. durch das, was in der modernen Wissenschaft gelegentlich auch als Phasenraum bezeichnet wird.

Beispielhaft für einen solchen Riemannschen Phasenraum ist Keplers Ausdruck für die Planetenumlaufbahnen als sichtbare Bahnen, die von der harmonischen Ordnung des gesamten Sonnensystems bestimmt werden. Diese harmonischen Verhältnisse können nicht mit dem Sinnesorgan Ohr gehört werden, und doch folgen die mit den Sinnen wahrgenommenen Bewegungen der Planeten treu ihrer Polyphonie. (Newtons Betrug war es, die Himmelsdynamik Keplers durch seine Himmelsmechanik zu ersetzen, durch die lediglich die beobachteten Wirkungen beschrieben werden. Diesen Unterschied zu leugnen, ist symptomatisch für das vorherrschende Analphabetentum in der heutigen Wissenschaftslehre.)

So schuf Kepler die Grundlagen dafür, die Wechselwirkungen physikalischer Körper als die Wirkung der Dynamik physikalischer Kräfte zu bestimmen, gleichzeitig stellte er auch die Forderung auf, eine allgemeinere Herangehensweise, d.h. den Kalkulus und elliptische Funktionen zu entwickeln. Ersteres wurde von Leibniz, letzteres von Gauß, Abel, Jacobi, Dirichlet und Riemann geleistet.

Um die Zusammenhänge dieses allgemeinen Ansatzes besser begreifen zu können, betrachten wir erneut das Beispiel des Pendels aus der Sichtweise von Leibniz und Gauß.

Bei einem simplen Pendel hängt ein Massekörper an einem starren Strang, und wird dadurch in Gang gesetzt, daß er auf eine bestimmte Höhe gebracht und losgelassen wird. Der Körper bewegt sich dann entlang eines Kreisbogens abwärts, erreicht an seinem tiefsten Punkt seine höchste Geschwindigkeit, um danach entlang des fortgesetzten Kreisbogens zu seinem höchsten Punkt hinaufzuschwingen. Anschließend fällt die Pendelmasse zurück und wiederholt entlang des gleichen Kreisbogens seine vorherige Bewegung. Wenn wir das Problem aus dem Blickwinkel von Leibniz' Prinzip der Kraft genauer anschauen, ergibt sich etwas Dramatisches. (Um die nun folgende Berechnung zu vereinfachen, setzen wir die Länge des Strangs und die Masse des Gewichts gleich 1.)

Es ist physikalisch nachweisbar, daß sich die Geschwindigkeit des Pendels vom Minimum am höchsten Punkt bis zum Maximum an seinem niedrigsten Punkt ständig ändert. Somit ist, wie beim Planeten auf seinem elliptischen Orbit, die verstrichene Zeit im Verhältnis zum überquerten Bogenabschnitt uneinheitlich. Darüber hinaus ist die Geschwindigkeit des Pendels entlang des Bogens, wie Leibniz betonte, eine Wirkung der Kraft (des Potentials) der Gravitation, die diese Geschwindigkeit zu erzeugen vermag.

Wie bereits oben festgestellt, ist die maximale Geschwindigkeit eine Wirkung der vollen Kraft (Potentials) des gesamten Prozesses, dessen Maß proportional zum Quadrat der von ihr erzeugten Geschwindigkeit ist. Daraus folgt, daß beim Pendel, dessen Bewegung auf der Gravitationskraft beruht, die maximale Geschwindigkeit „die ganze Wirkung" darstellt und „die gleiche Kraft als ihre ganze Ursache“ widerspiegeln muß. Da die maximale Geschwindigkeit proportional zur senkrechten Höhe ist, ist das Potential der Gravitation, das die Geschwindigkeit erzeugt, ebenfalls proportional zur senkrechten Höhe. Jene Höhe ist meßbar als die Kosinusfunktion des Winkels, der aus Pendelstrang und der Senkrechten gebildet wird (*Abbildung 1*).

Somit herrscht eine Beziehung zwischen dem Bewegungsverlauf des Pendelgewichts entlang des Bogens und der Zu- bzw. Abnahme des Kosinus. In diesem Beziehungsverhältnis steckt der Unterschied zwischen der mechanischen und dynamischen Sicht der Pendelbewegung. Die mechanische Denkart nimmt die Bewegung entlang des Kreisbogens als primär an, und die Zu- bzw. Abnahme des Kosinus als Wirkung, und zwar deshalb, weil vom Standpunkt der visuellen Geometrie der sich uneinheitlich verändernde Kosinus ein Wirkung der einheitlich erzeugten Winkel und Bogenabschnitte zu sein scheint.

(Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, daß auch Galileo Galilei diese mechanistische Herangehensweise verfolgt hat, denn er behauptete, die Perioden des Pendels einfach durch den Winkel gemessen zu haben. Das ähnelt seinem Versuch, die Kettenlinie durch die Form einer Parabel erklären zu wollen. Solch mechanistische Methoden erzeugen nur eine angenäherte Beschreibung der Beobachtung, und die Annäherung deckt sich mit der Realität nur bei der Messung sehr kleiner Intervalle, etwa einem sehr kleinen Ausschlag des Pendels oder kleinen Abschnitten der Kettenlinie. Wenn man aber das gesamte Potential in Betracht zieht, wird die Diskrepanz zwischen dem Näherungsverfahren und den wahren Prinzipien offensichtlich. Ein echtes Genie ist immer in der Lage, in dieser Diskrepanz eine prinzipielle Frage zu erkennen, so wie Keplers berühmte 8 Bogenminuten im Falle der elliptischen Marsbahn oder Gauß’ berühmte 16 Bogensekunden bei der Bestimmung der Länge des Meridians zwischen Göttingen und Altona. Trotzdem ist die Geschichte übersät mit Dummköpfen, die den Rat solcher Genies ablehnten und ihre Entscheidungen auf der Grundlage solcher Näherungsverfahren trafen.)

In der realen Welt der Physik jedoch bestimmt die Bewegung des Pendels den Winkel. Die Bewegung des Pendels drückt die Funktion der sich kontinuierlich verändernden Beziehung zwischen dem gesamten Potential und der von Augenblick zu Augenblick erzeugten Wirkung aus. Da das Potential als das Quadrat der Geschwindigkeit gemessen wird bzw. die Geschwindigkeit proportional zur Quadratwurzel der senkrechten Höhe (als Kosinus ausgedrückt) ist, kann die sich kontinuierlich verändernde Beziehung zwischen dem Potential und der Wirkung auch als Kosinusfunktion ausgedrückt werden. Vom dynamischen Standpunkt her muß deshalb die Änderungsrate des Kosinus, der die sich verändernde Beziehung zwischen Potential und dessen Wirkung ausdrückt, als das ursächliche Maß der sich von Augenblick zu Augenblick verändernden Winkel des Pendels angesehen werden. Das heißt, daß wir die Winkeländerungen als eine Funktion des Kosinus verstehen müssen.

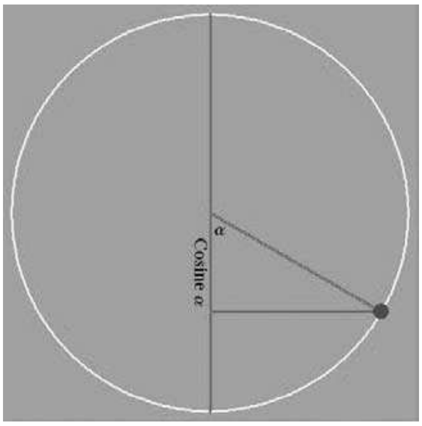

Abbildung 1
Der Kosinus des Winkels α, der aus Pendelstrang und der Senkrechten gebildet wird, ist ein Maß für die senkrechte Höhe, die das Pendel jeweils erreicht.

Allerdings stellt die Umkehrfunktion der Pendelbewegung, wie wir unten sehen werden, eine andere Funktion dar als einfach nur der invertierte Kosinus eines Kreises.

Um diesen Punkt etwas konkreter zu machen, betrachten wir Huygens’ *Isochrone*, die ein Pendel ist, das gleiche Bogenabschnitte in gleichen Zeitintervallen durchläuft. Um die Kurve des Pendels zu bestimmen, ist es notwendig, mit der Ursache (dem Potential) zu beginnen und diejenige Kurve zu finden, die eine einheitliche Beziehung zwischen Potential und erzeugter Wirkung reflektiert. Deshalb kann man nicht mit der Konstruktion einer Kurve beginnen und dann die Wirkung messen, die ein Pendel, das sich auf jener Kurve bewegt, auf die Zu- und Abnahme des Kosinus hat. Man muß vielmehr von der physikalischen Anforderung ausgehen, daß der Kosinus um einen einheitlichen Betrag zu- und abnehmen muß, und die daraus resultierende Kurve als Wirkung bestimmen. Huygens zeigte, daß dies eine zykloidische Bahn hervorbringen würde (*Abbildung 2*).

Die sichtbare Kurve, die eine *einheitliche* Beziehung zwischen dem Potential des Pendels und der erzielten Wirkung widerspiegelt, ist somit eine *uneinheitlich* gekrümmte Zykloide.

Im Falle des kreisförmigen Pendels, dessen sichtbarer Umriß einheitlich bleibt, verändert sich die Geschwindigkeit entlang des Kreisbogens uneinheitlich. Das bedeutet, daß es eine uneinheitliche Beziehung zwischen dem Potential und der von einem Augenblick zum nächsten erzeugten Wirkung gibt.

Noch einmal, wenn das Pendel auf seinem Kreisbogen schwingt, ist die sich kontinuierlich verändernde Beziehung zwischen dem ganzen Potential und der von ihm erzeugten Wirkung (Geschwindigkeit) proportional zum sich verändernden Betrag der senkrechten Höhe und kann als Rate der Veränderung des Kosinus ausgedrückt werden. Da die Geschwindigkeit in diesem kreisförmigen Pendel uneinheitlich ist, ist die sich verändernde Beziehung zum Potential ebenfalls uneinheitlich. Folgerichtig ist in dem kreisförmigen Pendel die Rate der Veränderung des Kosinus auch uneinheitlich (*Abbildung 3*).

Diese nichtlineare Funktion ist eine andere nichtlineare

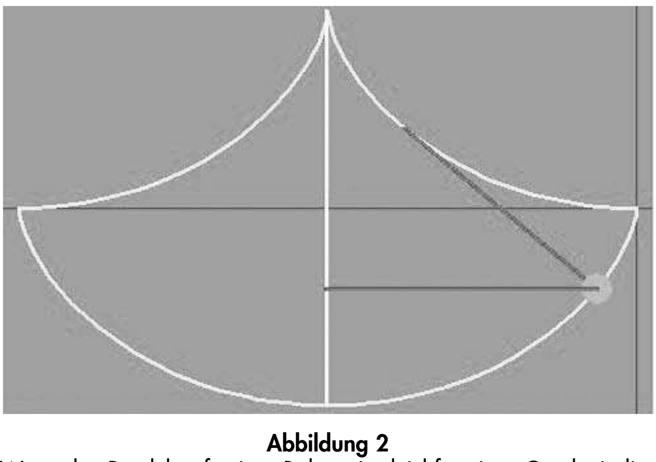

Abbildung 2
Wenn das Pendel auf seiner Bahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit schwingen soll, muß die Pendelaufhängung eine zykloidische Bahn durchlaufen.

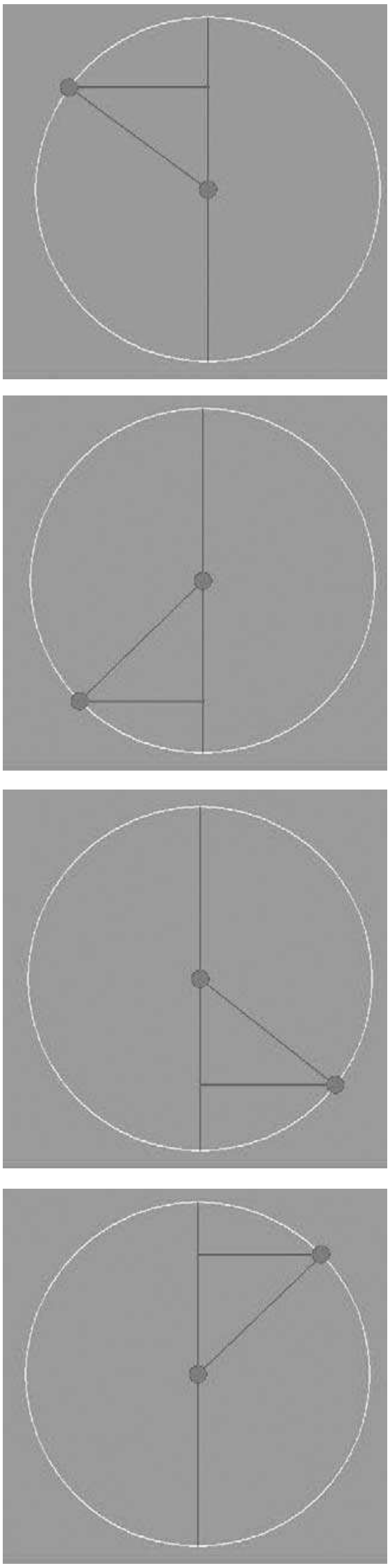

Abbildung 3
Bei einem kreisförmigen Pendel mit uneinheitlicher Geschwindigkeit ändert sich der Kosinus ebenfalls uneinheitlich.

Beziehung als die einfach nur zwischen einem Kosinus und dem Winkel bei einer einfachen Kreisbewegung (*Abbildung 4*).

Diese doppelte Inkommensurabilität, die der doppelten Inkommensurabilität der elliptischen Bewegung in einer Planetenbahn ähnelt, ist eine Eigenschaft, welche Gauß, Abel, Dirichlet und Riemann „elliptische Funktionen" nannten. Sie heißen elliptische Funktionen, da sie aus der Untersuchung des Kepler-Problems hervorgingen, das ebenfalls eine doppelte Inkommensurabilität aufweist, nämlich die zwischen Bogen und Sinus und zwischen Bogen und Winkel.

Wie Abel und später Riemann ausführten, sind solche elliptischen Funktionen das einfachste Beispiel einer umfangreichen Reihe transzendentaler Funktionen, die heutzutage als Abelsche Funktionen bekannt sind. Diese Funktionen unterscheiden sich durch die Anzahl der Prinzipien, die miteinander verbunden eine gemeinsame Wirkung erzeugen. Allgemein ausgedrückt, ist eine elliptische Funktion eine Funktion, in der zwei verschiedene Prinzipien miteinander verbunden sind. Dies drückt sich am Beispiel des kreisförmigen Pendels in der doppelt inkommensurablen Umkehrfunktion aus. Deshalb ist die Bahn eines kreisförmigen Pendels, im dynamischen Sinne, kein Kreisbogen, sondern eine elliptische Bahn im dynamischen Phasenraum eines sich kontinuierlich verändernden Potentials, wohingegen die uneinheitliche sichtbare Bahn eines zykloidischen Pendels eine einheitliche Bahn im dynamischen Phasenraum ist.

Wie die Dinge zusammenhängen

In den oben behandelten Beispielen erwies sich die Bewegung des Pendels als Funktion der Eigenschaften des Potentials, und seine sichtbare Bahn als Wirkung der dynamischen Wegstrecke im Phasenraum des Potentials.

Ein ähnliches Verhältnis läßt sich durch das Beispiel der Kettenlinie ausdrücken: Deren äußere Form ist eine Bahn in bezug auf das Potential der Schwerkraft, eine Wirkung auf die hängende Kette auszuüben. Wie beim Pendel kann man die sichtbaren Eigenschaften der Kettenlinie als Wirkung einer dynamischen Bahn im Phasenraum des Schwerkraftpotentials bezeichnen.

Beschäftigen wir uns nun direkt mit den Eigenschaften des Phasenraums, um uns eine allgemeinere Vorstellung solcher Phasenräume zu bilden und entspre-

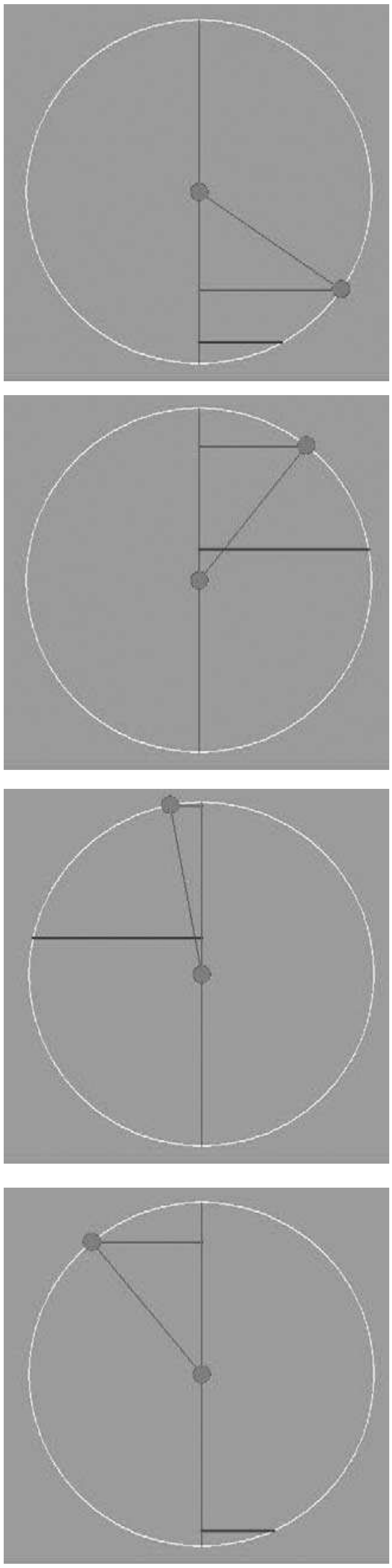

Abbildung 4
Bei einer einfachen Kreisbewegung ändert sich die Beziehung zwischen Kosinus und dem Winkel auf andere nichtlineare Weise.

chende erkenntnistheoretische Folgerungen daraus zu ziehen. Ein Phasenraum ist nicht der unendlich ausgedehnte, flache euklidische Raum, der nur in Descartes' und Newtons Einbildung existiert. Er ist vielmehr eine abgegrenzte Mannigfaltigkeit mit ganz bestimmten Krümmungseigenschaften.

Die Grenzen dieser Mannigfaltigkeit werden durch das Minimum-Maximum-Verhältnis der Bewegung in bezug auf das Potential ausgedrückt. Beim Pendel sind das die Punkte maximaler Höhe/minimaler Geschwindigkeit und minimaler Höhe/maximaler Geschwindigkeit. Bei der Kettenlinie drückt sich dieses Minimum-Maximum-Verhältnis durch die Beziehung zwischen tiefstem Punkt und den Aufhängepunkten aus. Die charakteristische dynamische Krümmung der Mannigfaltigkeit ist für das Pendel elliptisch (wenn man bei der Zykloide den Kreis als Sonderfall einer Ellipse versteht) und für die Kettenlinie exponentiell.

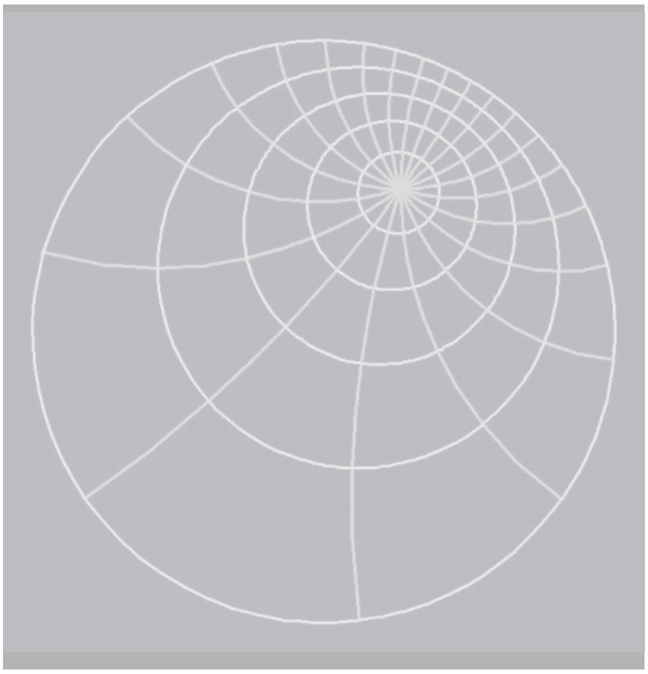

Abbildung 5
Die Verteilung des Potentials auf einer Kreisscheibe.

Die dynamische Bahn des Pendels bzw. der Kettenlinie wird durch die Verteilung des Bewegungspotentials zwischen den Grenzen bestimmt. Die Eigenschaften der physikalischen geringsten Wirkung bestimmen dabei im allgemeinen, wie das Potential verteilt wird. Die Grenzbedingungen wiederum bestimmen die spezifische Bahn der Bewegung. Da in diesen Fällen die Mannigfaltigkeit „einfach ausgedehnt" ist, wie Riemann es nennen würde, so verteilt sich das Potential entlang einer Kurve.

Eine Änderung dieser Grenzbedingungen bewirkt eine entsprechende Änderung in der spezifischen Potentialverteilung in der Mannigfaltigkeit. Eine Positionsänderung der Aufhängepunkte bei der Kettenlinie bewirkt beispielsweise eine korrespondierende Änderung in der Position der Kettenglieder. Eine Änderung in der Art und Weise, wie der Kosinuswert des Pendelwinkels zu- und abnimmt, hat zur Folge, daß sich die jeweiligen Abschnitte des Bogens, auf dem das Pendel schwingt, ändern. Die Grundeigenschaften bleiben jedoch unverändert.

Das Verhältnis zwischen Grenzbedingungen und Potentialverteilung entspricht dem, was Riemann als „zusammenhängende Fläche" der Mannigfaltigkeit bezeichnet, wie wir weiter unten noch ausführen werden. Ein Beispiel: Die Kettenglieder hängen zwar physisch aneinander, aber sie sind nicht paarweise, sondern durch ihre unmittelbare Beziehung zur Mannigfaltigkeit als Ganzes miteinander verbunden. Wie wir ebenfalls weiter unten ansprechen werden, zeigte Riemann, daß die Eigenschaften zusammenhängender Flächen, im allgemeinen Sinne, eine bestimmende Grundeigenschaft physikalischer Mannigfaltigkeiten ist, grundsätzlicher noch als die spezifischen Bedingungen an der Grenze.

Zur Vorbereitung auf Riemann sollten wir uns zunächst mit Gauß' Erweiterung der Leibnizschen Dynamik beschäftigen.

Gauß dehnte die Leibnizsche Dynamik von der Untersuchung einer Potentialverteilung auf Kurven, wie beim Pendel oder der Kettenlinie, zur Untersuchung von Potentialverteilungen auf Flächen oder in Körpern aus. Solche mehrfach ausgedehnte Verteilungen drücken sich im Begriff eines *Potentialfeldes* aus, wie beim Geomagnetismus oder der Geodäsie. Wenn ein solches Potentialfeld die Form einer Fläche oder eines Volumens annimmt, werden die Grenzen dieses Feldes entsprechend Kurven oder Flächen. Die charakteristische Krümmung dieses Feldes wird durch die entsprechenden Kurven oder Flächen minimalen und maximalen Potentials innerhalb der Grenze ausgedrückt.

Viel entscheidender ist jedoch Gauß' Entdeckung, daß die grundlegenden Eigenschaften dieses Potentialfeldes von Grenzbedingungen bestimmt werden, die vom Standpunkt des Potentials außerhalb des eigentlichen Feldes zu sein scheinen. Die Verteilungskennzeichen des magnetischen Potentials außerhalb eines Magneten werden beispielsweise von der Verteilung des Potentials auf der Oberfläche des Magneten selbst bestimmt. Doch die Oberfläche des Magneten liegt, formal gesehen, „außerhalb" des Potentialfeldes und erscheint in Gauß' Potentialfunktion als eine mathematische Diskontinuität. Wie Cusanus allerdings in seiner Schrift *Über die belehrte Unwissenheit* betont, sollte man das, was mathematisch unendlich erscheint, nicht als etwas außerhalb des Universums Gelegenes betrachten, sondern vielmehr als Hinweis auf die Existenz eines höheren Prinzips, d.h. auf die Notwendigkeit, sich ein weniger unvollkommenes Bild vom Universum zu machen.

Folglich zeigt die Diskontinuität zwischen der Grenze des Magneten und dem Potentialfeld der magnetischen Wirkung nicht zwei getrennte Welten an – eine Welt der Felder und eine Welt der Materie, worauf Aristoteles, Descartes, Newton, Faraday und Maxwell fälschlicherweise bestanden. Sondern genauso, wie Ideen nicht ohne Verbindung mit Menschen existieren, jedoch außerhalb des menschlichen Körpers eine Wirkung haben, so gibt es auch keine magnetische Wirkung außer in Zusammenhang mit Magneten und den Materiekörpern, auf die er einwirkt. Die mathematische Diskontinuität der Gaußschen Potentialfunktion an der Oberfläche des Magneten bedeutet demnach nicht, daß der Magnet nicht existiert oder daß das Potentialfeld nicht existiert. Es bedeutet vielmehr, daß es zum Verständnis des Phänomens des Magnetismus notwendig ist, sich vorzustellen, wie die Potentialverteilung in der gesamten Mannigfaltigkeit von den Grenzbedingungen bestimmt wird.

Riemann erkannte, daß die Beziehung zwischen den Eigenschaften der Potentialverteilung und den Grenzbedingungen das grundlegendste und wichtigste Kennzeichen einer physikalischen Mannigfaltigkeit ist und daß *die Kraft einer physikalischen Mannigfaltigkeit eine Funktion nicht der spezifischen Bedingungen an der*

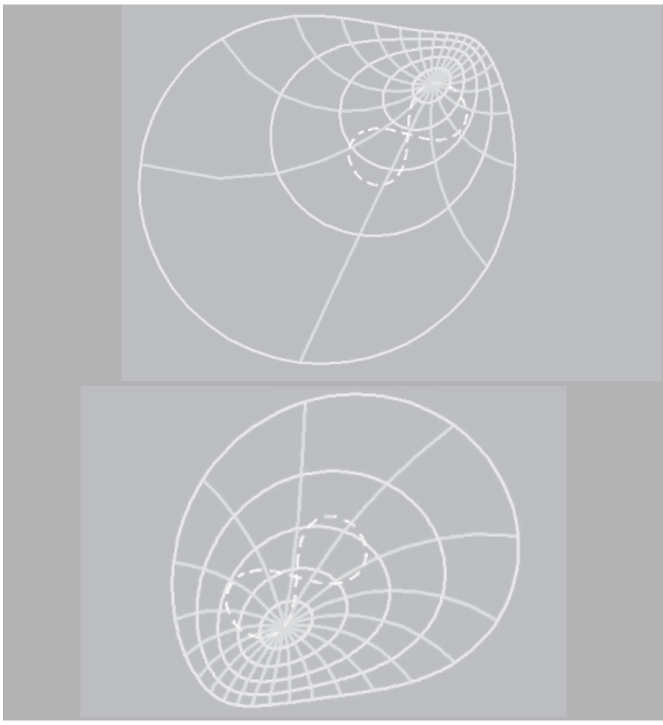

Abbildung 6
Bei sich ändernder Grenze ändert sich die Potentialverteilung auf der Fläche.

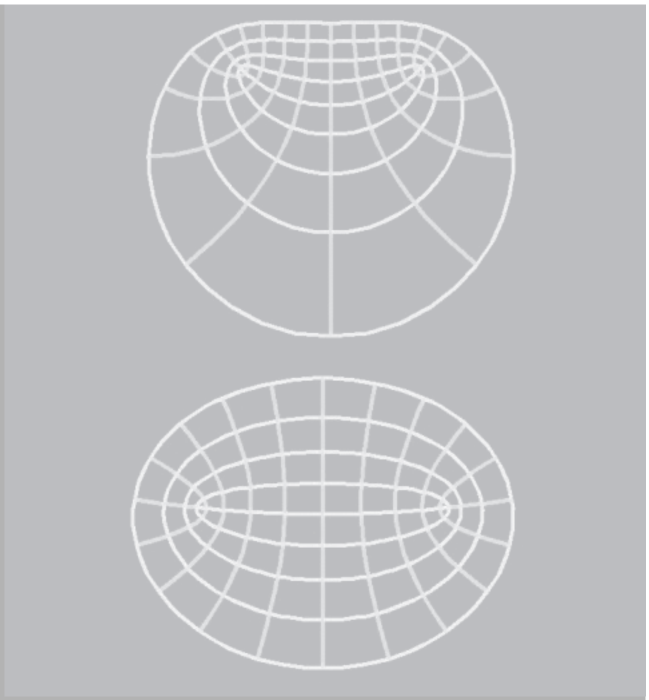

Abbildung 7
Der Schnittpunkt ist hier durch zwei Brennpunkte ersetzt.

Grenze darstellt, sondern durch die auf die Mannigfaltigkeit einwirkende Anzahl von Grenzen (Prinzipien) bestimmt ist.

Abbildung 5 zeigt die Verteilung eines Potentials auf einer Kreisscheibe.

Die konzentrischen Ringe sind Kurven mit minimalem Potential, die Strahlen sind Kurven mit maximalem Potential. Im vorliegenden Fall bleibt die Grenze kreisförmig, aber die Position des Schnittpunktes verändert sich, was wiederum die Positionen, das heißt die Dichte der Schnittpunkte der Strahlen mit den Grenzänderungen verändert.

In *Abbildung 6* ändert sich die Form der Grenze, was eine entsprechende Veränderung der Potentialverteilung auf der Fläche bewirkt.

In *Abbildung 7* wurde der Schnittpunkt der Strahlen durch zwei Brennpunkte ersetzt, was eine komplexere Verteilung des Potentials innerhalb des Feldes nach sich zieht.

Alle drei Beispiele scheinen sehr voneinander verschieden zu sein, aber sie besitzen von Riemanns Standpunkt eine gemeinsame Eigenschaft. Es gibt keine Diskontinuitäten, so daß das Potential an jedem Punkt des Feldes definiert ist. Riemann nannte solche Mannigfaltigkeiten „einfach ausgedehnt". Er bemerkte, daß die Verteilung des Potentials in solchen einfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten zwar sehr stark variieren kann, doch – wie auch in unserem Beispiel der Fall – kann zu jeder Zeit eine Funktion gefunden werden, mit der sich eine einfach ausgedehnte Funktion in eine andere transformieren läßt. (Diese Entdeckung nennt sich auch „Riemannscher Abbildungssatz".)

All dies ändert sich, wenn eine oder mehrere Diskontinuitäten in die Mannigfaltigkeit eingeführt werden. Solche Mannigfaltigkeiten nannte Riemann „mehrfach ausgedehnt", worin jede Diskontinuität eine neue Reihe von Grenzen erzeugt. Die Potentialverteilung in solchen Mannigfaltigkeiten wird von der gebündelten Wirkung bestimmt, den die jeweiligen Grenzen auf die Mannigfaltigkeit ausüben. Dies wird in den *Abbildungen 8a und 8b* für eine Funktion mit zwei Grenzen – die sogenannten elliptischen Funktionen – gezeigt.

Dieser Funktionstyp tauchte beispielsweise in unserer Untersuchung des Kreispendels auf. Dort erschien die elliptische Charakteristik nicht im sichtbaren Bereich, sondern als doppelte Inkommensurabilität, wenn der Winkel als eine Funktion der Zeit ausgedrückt wird.

In der Animation wird die auf eine Kugel übertragene elliptische Funktion deutlich, so daß die gesamte Funktion auf einmal, einschließlich der Diskontinuitäten, sichtbar gemacht werden kann. In diesem Fall ändert sich die Potentialverteilung innerhalb der Mannigfaltigkeit durch die unabhängigen, jedoch miteinander verknüpften Veränderungen der von beiden Diskontinuitäten bestimmten Grenzen.

Man vergleiche dies mit den vorigen Beispielen, wo die Veränderungen lediglich in bezug auf eine Grenze stattfanden. Riemann betonte, daß nur durch die Einführung neuer Diskontinuitäten die verknüpften Relationen aller Bewegungen innerhalb eines Potentialfeldes grundlegend verändert werden können.

(Obwohl beispielsweise Riemanns Abbildungssatz für alle einfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten gilt, gibt es keine solche Beziehung bei mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten.)

Aus der Sicht von Leibniz, Gauß, Dirichlet und Riemann drückt das Potentialfeld eine Dynamik aus, in der das gesamte Bewegungspotential durch die Eigenschaften der Grenzen und der Krümmung der Potentialverteilung verknüpft ist. Eine Veränderung in den Bedingungen der Grenze verändert die Verteilung des Potentials, nicht jedoch die Art und Weise, wie diese Verteilung verknüpft ist. Mit der Hinzunahme einer neuen Grenze, durch ein weiteres auf die Mannigfaltigkeit einwirkendes Prinzip, ändert sich jedoch die Konnektivität der Mannigfaltigkeit, und damit grundsätzlich alle Bewegungen in der Mannigfaltigkeit. Des weiteren erzeugt man ein Potential mit größerer

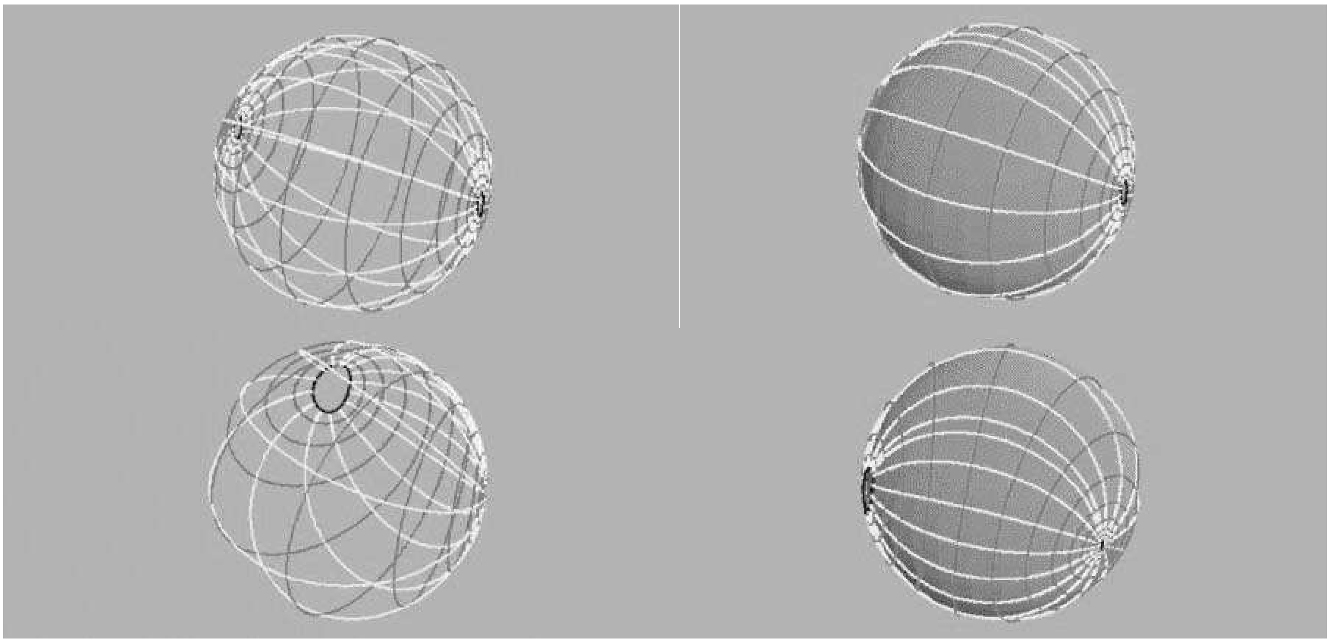

Abbildung 8a und 8b
Beispiele für Funktionen mit zwei Grenzbedingungen, sogenannte elliptische Funktionen.

Kraft, wenn die Konnektivität des Potentials durch die Einführung einer größeren Anzahl von auf die Mannigfaltigkeit einwirkenden Prinzipien verändert wird.

Beispielhaft für eine solche Änderung der Konnektivität einer Mannigfaltigkeit ist die Wirkung einer revolutionären neuen Entdeckung auf die Noosphäre. Eine solche Entdeckung, die als Diskontinuität im Verhältnis zu den bisher vorherrschenden allgemeinen Ansichten auftritt, verändert die Art und Weise, wie Individuen miteinander und mit der Noosphäre selbst interagieren.

Dies lenkt den Blick auf eine neue Form der Dynamik, die den Übergang von einer Mannigfaltigkeit niedrigen Potentials zu einer Mannigfaltigkeit höheren Potentials bezeichnet. Typisch für eine solche Dynamik ist Wernadskijs Konzept der Noosphäre als ein dynamisches System, das ständig Zustände höheren Potentials erreicht. Das gleiche trifft auf die physische Ökonomie zu, die als eine mehrfach verknüpfte Mannigfaltigkeit verstanden werden muß, deren Grenzen alle aus mehrfach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten bestehen.

Das bringt uns auf etwas, was Cusanus bereits vor Jahrhunderten in anderer, aber verwandter Form entwickelt hat. Cusanus betrachtete jegliche Bewegung als Wirkung des Potentials, diese Bewegung ins Leben zu rufen. „Nichts passiert im Universum, das nicht möglich ist“. Um jegliche physische Aktion zu verstehen, ist es nötig, zu verstehen, was sie (ihre Dynamik) möglich machte. Aber die wichtigste Frage, was Cusanus die „höchste Vision“ nannte, ist, was es möglich macht, daß eine Möglichkeit möglich ist. Oder, was ist die Dynamik der Dynamik?

Diese pädagogische Übung ist Teil 63 der Reihe “Riemann für Anti-Dummies”, die der Autor für die internationale LaRouche-Jugendbewegung verfaßt hat. Das englische Original mit zum Teil animierten Graphiken ist im Internet auf der Webseite http://wlym.com/antidummies/part63.html verfügbar.